

دینامیک سازه ها و تعیین نیروهای زلزله (تئوری و کاربرد در مهندسی زلزله)

نویسنده: آنیل چوپرا مترجم : رضا ابراهیمی



فصل ۱: معادلات حرکت ، بیان مسئله و روش حل.....	۳
فصل ۲: ارتعاش آزاد.....	۴۵
فصل ۳: پاسخ به تحریکات هماهنگ و تناوبی.....	۷۴
فصل ۴: پاسخ به تحریکات اختیاری ، مرحله ای و پالس.....	۱۴۲
فصل ۵: ارزیابی عددی پاسخ دینامیک.....	۱۸۵
فصل ۶: پاسخ به زلزله سیستم های خطی.....	۲۱۹
فصل ۷: پاسخ به زلزله ی سیستمهای غیر ارتجاعی.....	۲۷۸
فصل ۸: سیستم های تعمیم یافته با یک درجه آزادی.....	۳۳۲
فصل ۹: معادلات حرکت ، بیان مسئله و روش حل.....	۳۷۳
فصل ۱۰: ارتعاش آزاد.....	۴۳۸
فصل ۱۱: میرایی در سازه ها.....	۴۸۶
فصل ۱۲: آنالیز دینامیک و پاسخ سیستم های خطی.....	۵۰۹
فصل ۱۳: آنالیز زمین لرزه سیستم های خطی.....	۵۵۸
فصل ۱۴: تجزیه و تحلیل سیستم های میرای خطی غیرکلاسیک.....	۶۹۰
فصل ۱۵: کاهش درجات آزادی.....	۷۴۱
فصل ۱۶: ارزیابی عددی پاسخ دینامیک.....	۷۶۱
فصل ۱۷: سیستم هایی با جرم و کشش توزیع شده.....	۷۸۸
فصل ۱۸: مقدمه ای بر روش اجزای محدود.....	۸۲۶
فصل ۱۹: پاسخ زمین لرزه ساختمانهای کششی خطی.....	۸۶۶
فصل ۲۰: تحلیل و پاسخ زلزله ساختمانهای غیر الاستیک.....	۸۸۶
فصل ۲۱: دینامیک زلزله ساختمانهای دارای پایه ایزوله.....	۹۸۲
فصل ۲۲: دینامیک ساختاری در کدهای ساختمان.....	۱۰۰۷
فصل ۲۳: دینامیک ساختاری در دستورالعمل های ارزیابی ساختمان.....	۱۰۴۰

هر گونه کپی و تکثیر از همه یا بخشی از کتاب غیرقانونی است و پیگرد قانونی دارد

بخش اول سیستمهای دارای یک درجه آزادی



گرفته شده از مجموعه K. V. Steinbrugge ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.

۱ معادلات حرکت ، بیان مسئله و روش حل

مرور کلی

در این فصل پیش رو ، مسئله پویایی سازه برای ساختارهای ساده فرموله شده است که می تواند به عنوان سیستمی با جرم نقطه ای و سازه های پشتیبانی کننده بدون جرم ایده آل سازی شود. سازه های دارای کشش خطی و همچنین سازه های غیر الاستیک در معرض نیروی دینامیکی اعمال شده یا حرکت زمین ناشی از زلزله در نظر گرفته می شوند. سپس چهار روش برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سازه به طور خلاصه بررسی می شود. این فصل با مروری بر چگونگی مطالعه ما درباره پاسخ پویای سیستم های دارای یک درجه آزادی که در فصل های بعدی سازماندهی میشود، به پایان می رسد.

1.1 ساختارهای ساده

ما مطالعه خود در مورد پویایی سازه را با ساختارهای ساده مانند سایبان نشان داده شده در شکل ۱.۱.۱ و منبع هوایی شکل ۱.۱.۲ آغاز می کنیم. ما می‌خواهیم ارتعاشات این سازه ها را هنگام تحمل نیروی جانبی (یا افقی) در بالا یا حرکت افقی زمین به علت زلزله ، مورد مطالعه قرار دهیم.

ما این سازه ها را سازه های ساده می نامیم زیرا می توان آنها بصورت جرم متمرکز یا جرم نقطه ای m که توسط یک ساختار بدون جرم با سختی k در جهت جانبی پشتیبانی می شود، ایده آل سازی کرد. چنین ایده آل سازی برای این سایبان با سقف بتونی سنگین که توسط ستون های لوله ای فولادی سبک پشتیبانی می شود ، مناسب است که می تواند بدون جرم در نظر گرفته شود. سقف بتونی بسیار سفت است و انعطاف پذیری سازه در حرکت جانبی (یا افقی) کاملاً توسط ستون ها تأمین می شود. سیستم ایده آل شده در شکل a ۱.۱.۳ با یک جفت ستون که از طول انشعاب های سقف بتونی پشتیبانی میکند نشان داده شده است. این سیستم دارای جرم نقطه ای m برابر با جرم سقف نشان داده شده، است و سختی جانبی آن k برابر با مجموع سختی ستونهای لوله جداگانه است. ایده آل سازی مشابهی، که در شکل b ۱.۱.۳ نشان داده شده است ، برای مخزن پر از آب مناسب است. در یک مخزن آب پر که تکان خوردن (چلپ چلوپ) آب امکان پذیر نیست ، این جرم نقطه ای m است، که توسط یک برج نسبتاً سبک پشتیبانی می شود و می توان آن را بدون جرم فرض کرد.

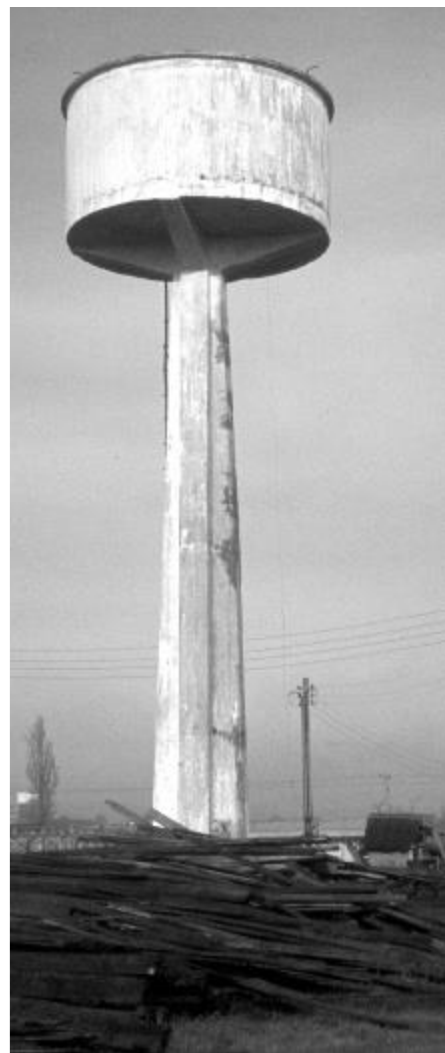


شکل ۱.۱.۱ این سایبان در هتل Macuto Sheraton در نزدیکی کاراکاس ، ونزوئلا ، در اثر زلزله در ۲۹ ژوئیه ۱۹۶۷ آسیب دیده است. زلزله به بزرگی ۶.۵ ، که در ۲۴ کیلومتری هتل قرار داشت ، ستون های لوله های فولادی را بیش از حد فشار داد ، و در نتیجه یک تغییر مکان ۲۳ سانتی متر در سقف دائمی ایجاد کرد. (گرفته شده از مجموعه K. V. Steinbrugge ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)

برج طره ای که از مخزن آب پشتیبانی می کند ، سختی جانبی k را برای سازه فراهم می کند. برای لحظه ای فرض خواهیم کرد که حرکت جانبی این سازه ها از این نظر که ساختارهای پشتیبانی کننده در حد کشش خطی خود تغییر شکل می دهند ، کوچک است. بعداً در این فصل خواهیم دید که معادله دیفرانسیل حاکم بر جابجایی جانبی $u(t)$ این ساختارهای ایده آل بدون تحریک خارجی - نیروی اعمال شده یا حرکت زمین - برابر با معادله زیر است

$$mu'' + ku = 0 \quad (1.1.1)$$

که در آن یک اوردات (نقطه بالای عبارت) نشان دهنده تمایز با توجه به زمان است. بنابراین u نشانگر سرعت جرم و u'' شتاب آن است. راه حل این معادله ، که در فصل ۲ ارائه شده ، نشان می دهد که اگر جرم سیستم های ایده آل شکل ۱.۱.۳ ، از طریق برخی از جابجایی های اولیه $u(0)$ جابجا شود ، سپس رها شود و اجازه ارتعاش آزادانه داشته باشد ، سازه نوسان می کند یا در مورد موقعیت تعادل اولیه خود به سمت جلو و عقب ارتعاش می کند. همانطور که در شکل 1.1.3c نشان داده شده است ، همان تغییر مکان حداکثر یکسان پس از هر نوسان رخ می دهد. این نوسانات برای همیشه ادامه دارد و این سیستم های ایده آل هرگز آرام نخواهند بود. این البته غیرواقعی است. شواهد نشان می دهد که اگر سقف سایبان یا قسمت بالای مخزن آب توسط طناب به صورت جانبی کشیده شود و طناب به طور ناگهانی بریده شود ، سازه با دامنه کاهشی نوسان می کند و در نهایت ساکن می شود.



شکل ۱.۱.۲ این مخزن بتن آرمه روی یک ستون تک بتونی به طول ۱۲ متر ، واقع در نزدیکی فرودگاه والدویا ، در اثر زمین لرزه های شیلی در ماه مه ۱۹۶۰ آسیب ندیده است. هنگامی که مخزن پر از آب است ، می توان ساختار را به صورت یک سیستم با درجه آزادی یک تجزیه و تحلیل کرد. (از مجموعه K. V. Steinbrugge ، با مجوز از خدمات اطلاعات ملی PEER برای مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)

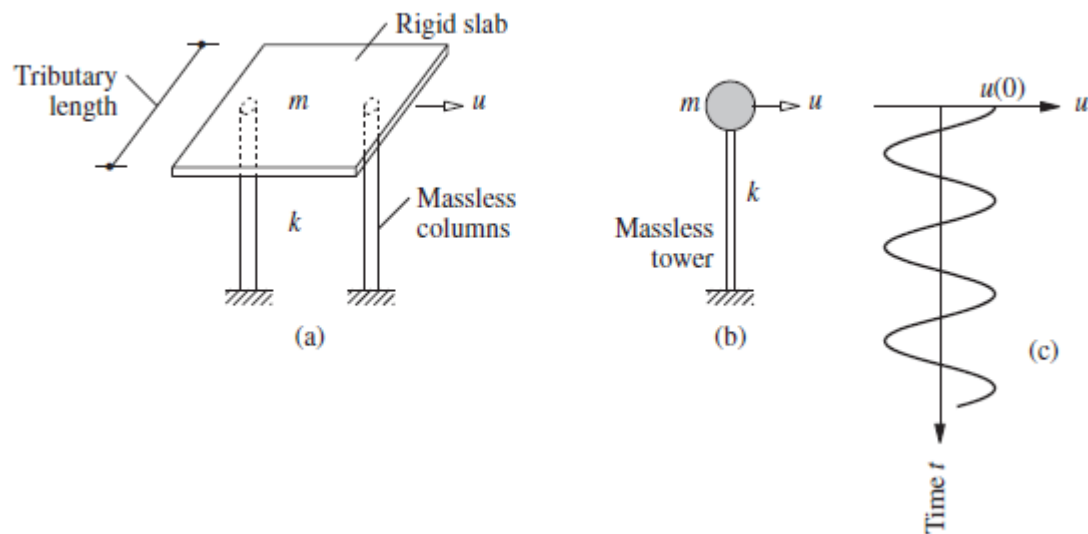
چنین آزمایش هایی بر روی فریمهای یک طبقه مدلهای آزمایشگاهی انجام شد و رکوردهای اندازه گیری شده از پاسخ لرزش آزاد آنها در شکل ۱.۱.۴ ارائه شده است. همانطور که انتظار می رود ، حرکت این ساختارهای مدل با گذشت زمان از بین می رود. نگاه کنید که حرکت مدل پلکسی گلاس با سرعت بیشتری نسبت به قاب آلومینیومی تحلیل می رود.

Tributary length طول انشعاب

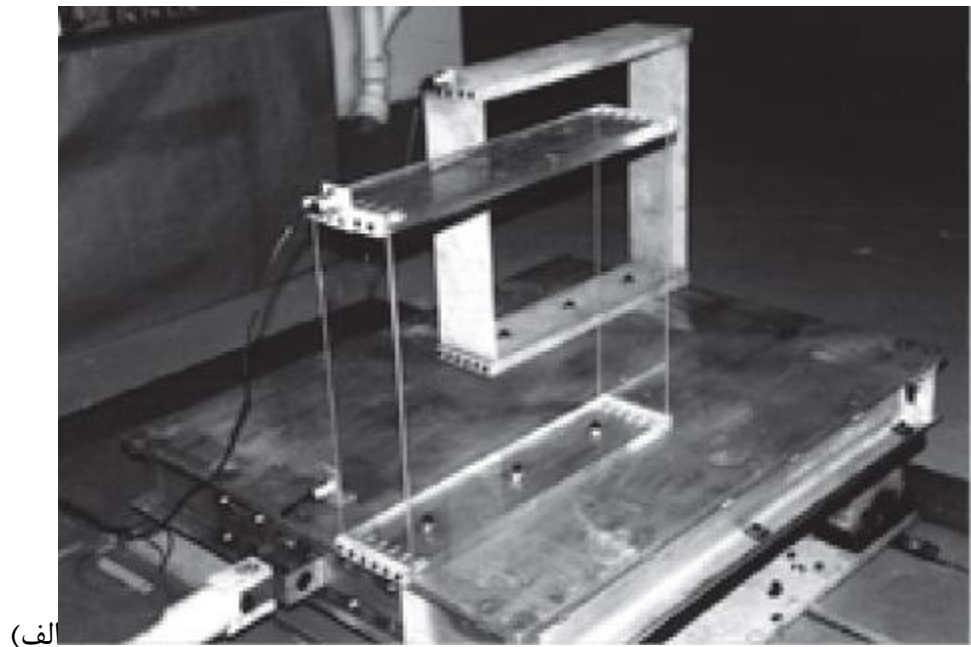
Rigid slab دال (ورقه) صلب

Massless columns ستون های بدون جرم

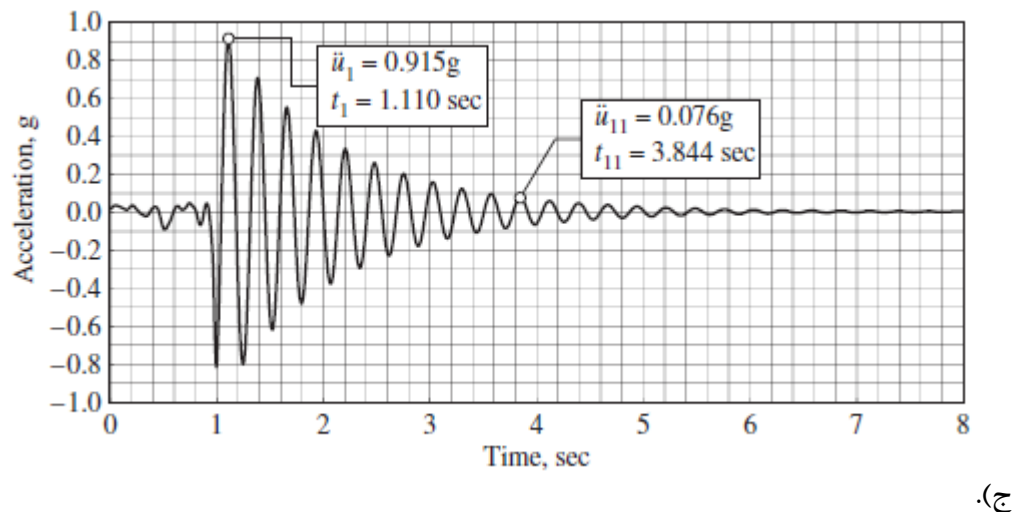
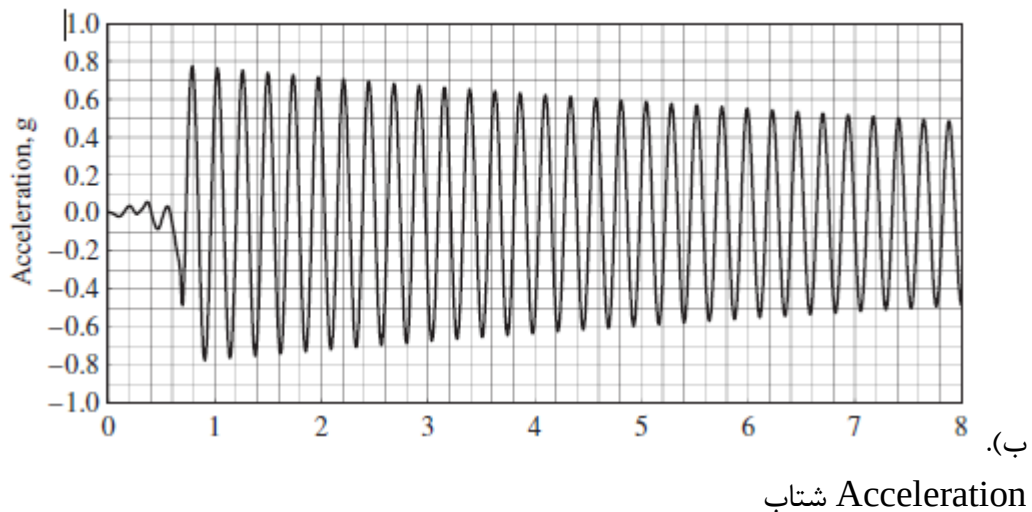
Massless tower Time



شکل ۱.۱.۳ (الف) سایبان ایده آل ؛ (ب) مخزن آب ایده آل ؛ (ج) ارتعاش آزاد در اثر جابجایی اولیه.



شکل ۱.۱.۴ (الف) قابهای مدل آلومینیوم و پلکسی گلاس که بر روی یک میز تکان دهنده (شیکیینگ) کوچک که برای توضیح و نمایش در کلاس در دانشگاه کالیفرنیا در برکلی استفاده می شود ، با مجوز از Todd Merport نصب شده است. (ب) ثبت ارتعاش آزاد مدل آلومینیوم ؛ (ج) ثبت ارتعاش آزاد مدل پلکسی گلاس.



به فرایندی که در آن ارتعاش به طور پیوسته در دامنه کاهش می یابد میرایی گفته می شود. انرژی جنبشی و انرژی کششی سیستم ارتعاشی توسط مکانیسم های مختلف میرایی که بعداً ذکر خواهیم کرد ، از بین میروند. برای لحظه ای ، ما به سادگی تشخیص می دهیم که مکانیزم اتلاف انرژی باید در ایده آل سازی ساختاری لحاظ شود تا بتواند ویژگی حرکت فروپاشی مشاهده شده در طول آزمایشات لرزش آزاد یک سازه را در خود بگنجاند. متداول ترین عنصر میرایی مورد استفاده میراگر ویسکوزیته است ، ان تا حدی به این دلیل است که برای قسمت ریاضیات ساده ترین مورد است. در فصل ۲ و ۳ ما مکانیسم های دیگر برای اتلاف انرژی را معرفی می کنیم.

1.2. سیستم با یک درجه آزادی

سیستم مورد نظر به صورت شماتیک در شکل ۱.۲.۱ نشان داده شده است. ان شامل یک جرم m متمرکز در سطح سقف ، یک قاب بدون جرم که باعث ایجاد سفتی سیستم می شود و یک میراگر ویسکوز است (همچنین به عنوان

داشپوت نیز شناخته می شود) که انرژی لرزشی سیستم را از بین می برد. فرض می شود که تیر و ستون ها از لحاظ محوری غیرقابل انعطاف هستند.

این سیستم ممکن است به عنوان نمونه کامل یک ساختار یک طبقه در نظر گرفته شود. هر یک از اعضای سازه (تیر ، ستون ، دیوار و غیره) ساختار واقعی به خصوصیات اینرسی (جرم) ، الاستیک (سختی یا انعطاف پذیری) و اتلاف انرژی (میرایی) سازه کمک می کند. با این حال ، در سیستم ایده آل ، هر یک از این خصوصیات در سه مولفه جداگانه و خالص متمرکز شده اند: مولفه جرم ، مولفه سختی و مولفه میرایی.

به تعداد جابجایی های مستقل مورد نیاز برای تعریف موقعیت های جابجا شده تمام توده ها نسبت به موقعیت اصلی آنها ، تعداد درجات آزادی (DOF) برای تحلیل دینامیک گفته می شود. معمولاً DOF های بیشتری برای تعریف خصوصیات سختی یک ساختار در مقایسه با DOF های لازم برای نمایش خصوصیات اینرسی لازم است. قاب یک طبقه ای شکل ۱.۲.۱ را در نظر بگیرید ، که محدود به حرکت فقط در جهت تحریک است. مشکل تجزیه و تحلیل استاتیک باید با سه تغییر مکان جانبی DOF و دو چرخش مفصل - برای تعیین سختی جانبی قاب فرموله شود (بخش ۱.۳ را ببینید). در مقابل ، اگر سازه با جرم متمرکز در یک مکان ، معمولاً در سطح سقف ، ایده آل سازی شود ، سازه فقط یک جابجایی - DOF جانبی - دارد. بنابراین ما آن را یک سیستم با یک درجه آزادی (SDF) می نامیم.

دو نوع تحریک پویا در نظر گرفته خواهد شد: (۱) نیروی خارجی $p(t)$ در جهت جانبی (شکل a ۱.۲.۱) ، و (۲) حرکت زمین در اثر زلزله $u_g(t)$ (شکل b ۱.۲.۱). در هر دو حالت u بیانگر جابجایی نسبی بین جرم و پایه ی سازه است.

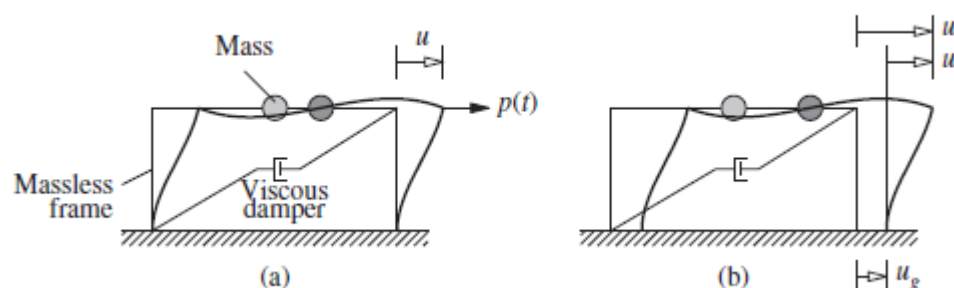
1.3. ارتباط نیرو و جابجایی

سیستم نشان داده شده در شکل a ۱.۳.۱ را بدون تحریک دینامیکی در معرض یک نیروی ثابت استاتیک f_s در امتداد DOF u همانطور که نشان داده شده است، قرار دهید. نیروی داخلی که در برابر جابجایی u مقاومت میکند برابر و مخالف نیروی خارجی f_s است (شکل b ۱.۳.۱). مطلوب است که رابطه بین نیروی f_s و جابجایی نسبی u همراه با تغییر شکل در ساختار در حین حرکت نوسانی تعیین شود.

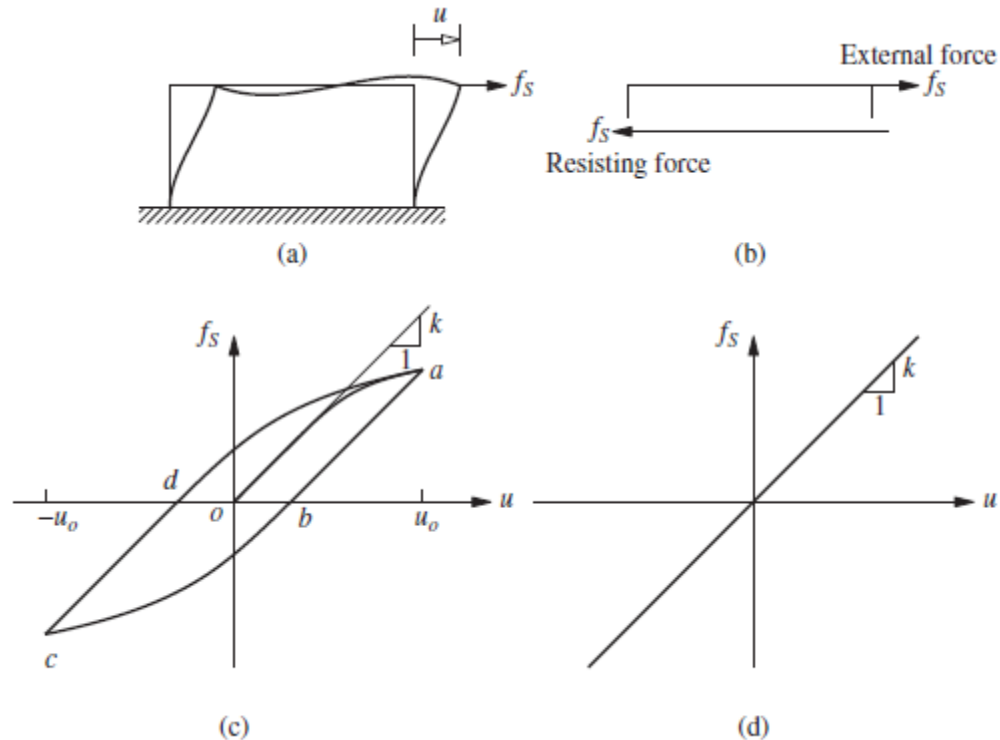
Viscous damper = میراگر ویسکوز

Massless frame = قاب بدون جرم

Mass - جرم



شکل ۱.۲.۱ سیستم با یک درجه آزادی: (الف) نیروی اعمال شده $p(t)$ ؛ (ب) حرکت زمین در اثر زلزله. External force نیروی خارجی Resisting force نیروی مقاوم



شکل ۱.۳.۱

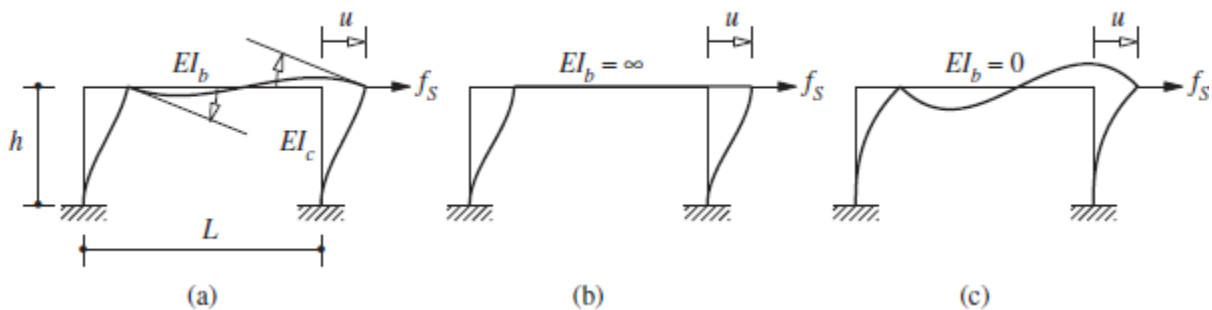
این رابطه ی نیرو و جابجایی در تغییر شکل های کوچک خطی است اما در تغییر شکل های بزرگتر غیر خطی می شود (شکل ۱.۳.۱c). هر دو رابطه غیر خطی و خطی در نظر گرفته می شوند (شکل ۱.۳.۱c و d). برای تعیین رابطه بین f_s و u یک مسئله استاندارد در تجزیه و تحلیل ساختاری ساکن وجود دارد، و ما فرض می کنیم که خواننده با چنین تجزیه و تحلیل هایی آشنا است. بنابراین مطالب ارائه شده در اینجا مختصر و محدود به جنبه های ضروری است.

1.3.1 سیستم های الاستیک خطی

برای یک سیستم خطی رابطه بین نیروی جانبی f_s و تغییر شکل حاصل u به صورت خطی است، یعنی

$$f_s = ku \quad (1.3.1)$$

که در آن k سختی جانبی سیستم است. واحدهای آن نیرو / طول هستند. تابع ضمنی در معادله (۱.۳.۱) یک فرضیه است که رابطه $f_s - u$ خطی تعیین شده برای تغییر شکل های کوچک سازه برای تغییر شکل های بزرگتر نیز معتبر است. این رابطه خطی به این معنی است که f_s یک تابع با مقدار واحد است (یعنی منحنی های بارگذاری و تخلیه یکسان هستند). گفته می شود که چنین سیستمی الاستیک است. بنابراین ما از اصطلاح سیستم الاستیک خطی برای تأکید بر هر دو ویژگی استفاده می کنیم.



شکل ۱.۳.۲

قالب شکل a ۱.۳.۲ را با عرض خلیج L ، ارتفاع h ، مدول الاستیک E ، و گشتاور دوم سطح مقطع (یا ممان اینرسی) حول محور خمش I_b و I_c به ترتیب برای تیر و ستون‌ها در نظر بگیرید؛ ستون‌ها در پایه محکم می‌شوند (یا ثابت می‌شوند). سختی جانبی قالب را می‌توان برای دو وضعیت حدی به راحتی تعیین کرد: اگر تیر صلب باشد [به عنوان مثال، استحکام خمشی برابر است با $EI_b = \infty$ (شکل b ۱.۳.۲)]،

$$k = \sum_{\text{columns}} \frac{12EI_c}{h^3} = 24 \frac{EI_c}{h^3} \quad (1.3.2)$$

از طرف دیگر، برای یک تیر بدون سختی [به عنوان مثال، $EI_b = 0$ (شکل c ۱.۳.۲)]،

$$k = \sum_{\text{columns}} \frac{3EI_c}{h^3} = 6 \frac{EI_c}{h^3} \quad (1.3.3)$$

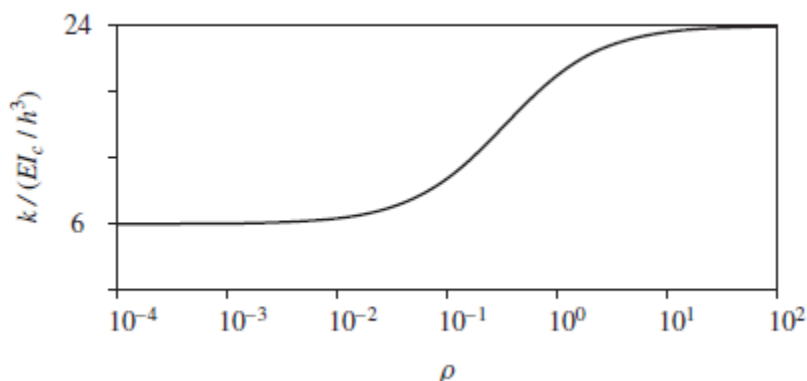
مشاهده کنید که برای دو مقدار حدی سفتی تیر، سختی جانبی قالب مستقل از L ، طول تیر یا عرض تیر است. سختی جانبی قالب با سختی متوسط و واقعی تیر می‌تواند با روش‌های استاندارد تجزیه و تحلیل سازه ایستا محاسبه شود. ماتریس سختی قالب با توجه به سه DOF فرموله شده است: جابجایی جانبی u و چرخش دو اتصال تیر-ستون (شکل a ۱.۳.۲). با تراکم استاتیکی یا حذف DOF‌های چرخشی، رابطه نیرو-جابجایی جانبی معادله (۱.۳.۱) تعیین می‌شود. با اعمال این روش بر روی قالب با $L = 2h$ و $EI_b = EI_c$ ، سختی جانبی آن بدست می‌آید (به مثال ۱.۱ مراجعه کنید):

$$k = \frac{96}{7} \frac{EI_c}{h^3} \quad (1.3.4)$$

سختی جانبی قالب را می‌توان برای هر یک از مقادیر I_b ، I_c ، L و h با استفاده از ضرایب سختی برای یک عنصر خمشی یکنواخت که در پیوست ۱ ارائه شده است، محاسبه کرد. اگر تغییر شکل برشی در عناصر نادیده گرفته شود، می‌توان نتیجه را به صورت زیر نوشت:

$$k = \frac{24EI_c}{h^3} \frac{12\rho + 1}{12\rho + 4} \quad (1.3.5)$$

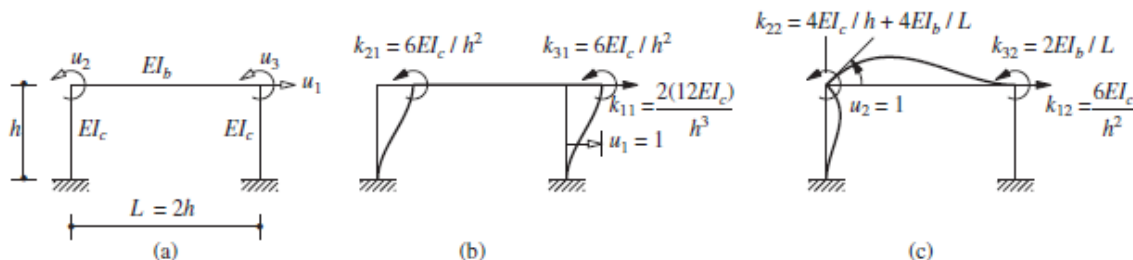
که $\rho = (EI_b / L) \div (2EI_c / h)$ نسبت سختی تیر به ستون است (که در بخش ۱۹.۱.۱ شرح داده می شود). برای $\rho = 0$ و ∞ و $1/4$ ، معادله (۱.۳.۵) به ترتیب به نتایج معادلات (۱.۳.۳) ، (۱.۳.۲) و (۱.۳.۴) کاهش می یابد. سختی جانبی به عنوان تابعی از ρ در شکل ۱.۳.۳ رسم شده است. با افزایش ρ از صفر تا بی نهایت آن با ضریب ۴ افزایش می یابد.



شکل ۱.۳.۳ تغییر سختی جانبی ، k ، با نسبت سختی تیر به ستون ، ρ .

مثال ۱.۱

سختی جانبی را برای قاب نشان داده شده در شکل E1.1a محاسبه کنید ، با فرض اینکه عناصر به صورت محوری صلب هستند.



شکل E1.1

راه حل: این ساختار را می توان با هر یک از روش های استاندارد ، از جمله توزیع ممان ، تجزیه و تحلیل کرد. در اینجا ما از تعریف ضرایب تأثیر سختی برای حل مسئله استفاده می کنیم.

این سیستم دارای سه DOF است که در شکل E1.1a نشان داده شده است. برای بدست آوردن ستون اول ماتریس سختی 3×3 ، ما جابجایی واحد را در DOF u_1 ، با $u_2 = u_3 = 0$ اعمال می کنیم. نیروهای k_{i1} برای حفظ این شکل منحرف شده که در شکل E1.1b نشان داده شده است، لازم است. اینها با استفاده از ضرایب سختی برای یک عنصر خمشی یکنواخت که در پیوست ارائه شده است تعیین می شوند. عناصر k_{i2} در ستون دوم ماتریس سختی با اعمال $u_2 = 1$ با $u_1 = u_3 = 0$ تعیین می شوند. شکل E1.1c را ببینید. به همین ترتیب ، عناصر k_{i3} در ستون سوم ماتریس سختی را می توان با جاگذاری $u_3 = 1$ با $u_1 = u_2 = 0$ تعیین

کرد. بنابراین ماتریس سختی 3×3 ساختار معلوم میشود و می توان معادلات تعادل را نوشت. برای یک قاب با $I_b = I_c$ که تحت نیروی جانبی f_s قرار گرفته است ، آنها عبارتند از

$$\frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 24 & 6h & 6h \\ 6h & 6h^2 & h^2 \\ 6h & h^2 & 6h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_s \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (a)$$

از معادلات دوم و سوم ، می توان چرخش های مشترک را بر اساس جابجایی جانبی به شرح زیر بیان کرد:

$$\begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 6h^2 & h^2 \\ h^2 & 6h^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 6h \\ 6h \end{bmatrix} u_1 = - \frac{6}{7h} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 \quad (b)$$

با جاگذاری معادله (b) در اولین معادله از سه معادله (a) داریم:

$$f_s = \left(\frac{24EI_c}{h^3} - \frac{EI_c}{h^3} \frac{6}{7h} \langle 6h \ 6h \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) u_1 = \frac{96}{7} \frac{EI_c}{h^3} u_1 \quad (c)$$

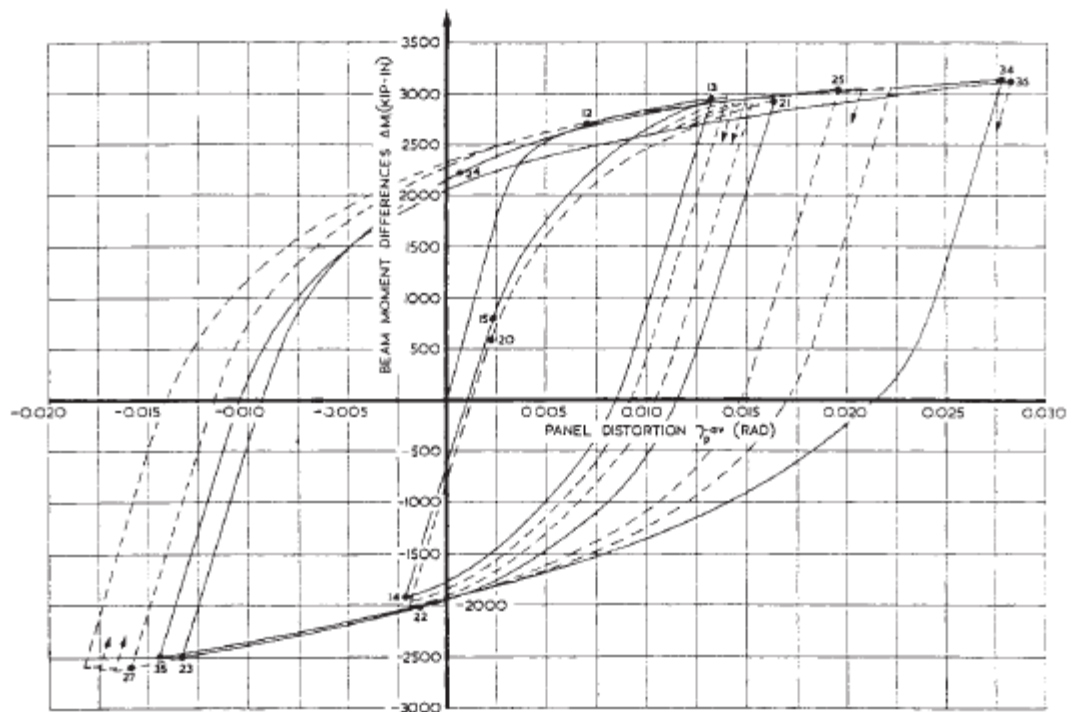
بنابراین سختی جانبی قاب برابر است با:

$$k = \frac{96}{7} \frac{EI_c}{h^3} \quad (d)$$

این برای از بین بردن چرخش های مفصلی ، معروف به روش تراکم ثابت ، در کتاب های درسی تجزیه و تحلیل استاتیک سازه ها ارائه شده است. ما در فصل ۹ به این موضوع می پردازیم.

1.3.2 سیستم های غیر ارتجاعی

رابطه تغییر شکل نیروی تعیین شده با آزمایشات ، برای یک قطعه سازه ای فولادی که تحت تغییر شکل چرخه ای مورد انتظار در هنگام زلزله قرار دارد ، در شکل ۱.۳.۴ نشان داده شده است. منحنی بارگیری اولیه در دامنه های بزرگتر تغییر شکل غیر خطی است و منحنی های تخلیه و بارگذاری مجدد با انشعاب بارگیری اولیه متفاوت است. گفته می شود که چنین سیستمی خاصیت ارتجاعی ندارد.



شکل ۱.۳.۴ رابطه نیرو - تغییر شکل برای یک جز ساختاری فولادی. (از V. V. Bertero, H. Krawinkler و E. P. Popov، "رفتار غیر ارتجاعی زیر مجموعه های تیرآهن تا ستون"، گزارش شماره EERC 71-7، دانشگاه کالیفرنیا، برکلی، ۱۹۷۱)

این بدان معنی است که رابطه نیرو - تغییر شکل وابسته به مسیر است، یعنی آن به این که تغییر شکل در حال افزایش یا کاهش است بستگی دارد. بنابراین نیروی مقاومت تابع ضمنی از تغییر شکل است:

$$fS = fS(u) \quad (1.3.6)$$

رابطه تغییر شکل - نیرو برای قاب یک طبقه ایده آل (شکل a ۱.۳.۱) که به محدوده غیر الاستیک تغییر شکل می دهد را می توان از طریق دو روش تعیین کرد. یک رویه استفاده از روشهای تجزیه و تحلیل استاتیک غیر خطی است. به عنوان مثال، در تجزیه و تحلیل یک ساختار فولادی با یک قانون فشار-تنش فرضی، آنالیز شروع و گسترش بازده در مکانهای مهم و تشکیل لولاهای پلاستیکی را برای بدست آوردن منحنی بارگذاری اولیه (o - a) نشان داده شده در شکل c ۱.۳.۱ را دنبال میکند. منحنی های تخلیه (a - c) و بارگیری مجدد (c - a) می توانند به طور مشابه محاسبه شوند یا با استفاده از فرضیه های موجود از منحنی بارگذاری اولیه تعریف شوند. رویکرد دیگر، تعریف رابطه تغییر شکل نیروی الاستیک به عنوان یک نسخه ایده آل از داده های تجربی است، مانند شکل ۱.۳.۴.

ما علاقه مند به مطالعه پاسخ دینامیکی سیستم های غیر الاستیک هستیم زیرا بسیاری از سازه ها با این انتظار طراحی شده اند که در هنگام لرزش شدید زمین در اثر زمین لرزه ها آنها دچار ترک خوردگی، خمش و آسیب می شوند.

1.4 نیروی میرایی

همانطور که قبلاً ذکر شد، فرایندی که در آن ارتعاش آزاد به طور پیوسته از دامنه کاهش می یابد، میرایی نامیده می شود. در میرایی، انرژی سیستم لرزشی توسط مکانیسم های مختلفی پراکنده می شود و اغلب ممکن است بیش از یک مکانیزم به طور همزمان وجود داشته باشد. در سیستمهای ساده "تمیز" مانند مدلهای آزمایشگاهی شکل ۱.۱.۴، بیشتر اتلاف انرژی احتمالاً از اثر حرارتی کشش مکرر الاستیک مواد و از اصطکاک داخلی هنگام تغییر شکل ماده جامد ناشی می شود. با این حال، در ساختارهای واقعی، بسیاری از مکانیسم های دیگر نیز به اتلاف انرژی کمک می کنند. در یک ساختمان ارتعاشی این اصطکاک در اتصالات فولادی، باز و بسته شدن ریز ترکها در بتن و اصطکاک بین خود سازه و عناصر غیر سازه ای مانند دیوارهای پارتیشن وجود دارد. به نظر می رسد شناسایی یا توصیف ریاضی هر یک از این مکانیزم های اتلاف انرژی در یک ساختمان واقعی غیرممکن است. در نتیجه، میرایی در سازه های واقعی معمولاً به روشی کاملاً ایده آل نشان داده می شود. برای بسیاری از اهداف، میرایی واقعی در یک ساختار SDF می تواند توسط یک دمپر ویسکوز خطی یا داشپات به طور رضایت بخشی ایده آل شود. ضریب میرایی به گونه ای انتخاب می شود که انرژی ارتعاشی آن اتلاف شود معادل انرژی اتلاف شده در تمام مکانیزم های میرایی، ترکیب شده، موجود در ساختار واقعی است. بنابراین این ایده آل سازی میرایی ویسکوز معادل آن نامیده می شود، مفهومی که در فصل ۳ توسعه یافته است.

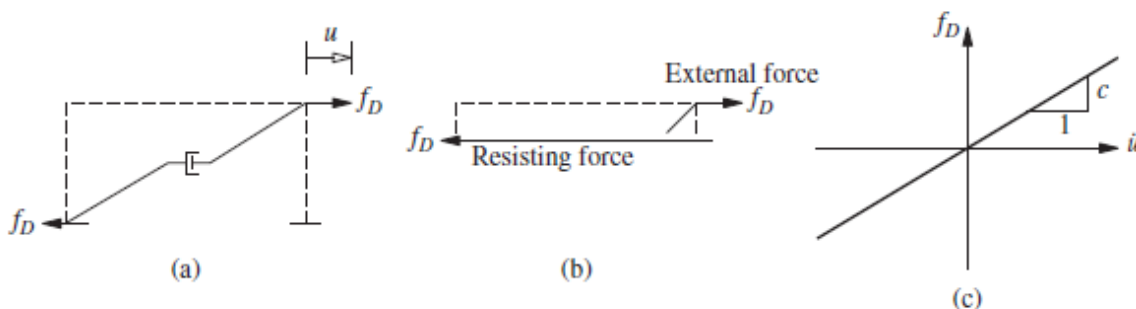
شکل ۱.۴.۱ یک میراگر ویسکوز خطی را نشان می دهد که در امتداد DOF u تحت نیروی f_D قرار گرفته است. نیروی داخلی در میراگر برابر و مخالف نیروی خارجی f_D است (شکل b ۱.۴.۱). همانطور که در شکل c ۱.۴.۱ نشان داده شده است، نیروی میرایی f_D به سرعت $\dot{u}$ در سراسر میراگر ویسکوز خطی با

$$f_D = c \dot{u} \quad (1.4.1)$$

مربوط می شود که در آن ثابت c ضریب میرایی ویسکوز است. آن دارای واحد نیرو $\times$ زمان / طول است.

نیروی خارجی External force

نیروی مقاوم Resisting force



شکل ۱.۴.۱

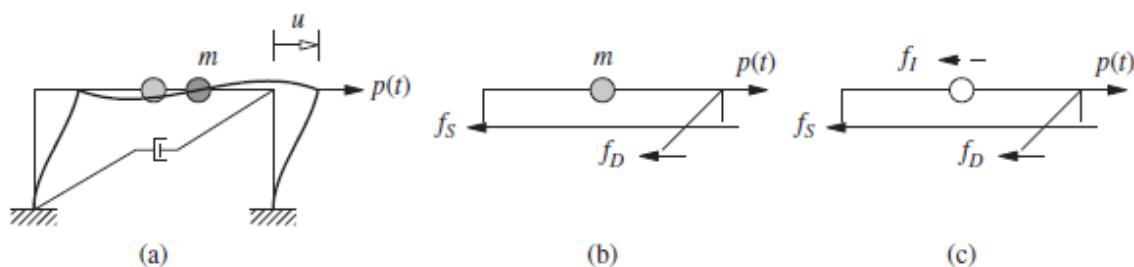
برخلاف سختی یک سازه، ضریب میرایی را نمی توان از ابعاد سازه و اندازه عناصر سازه محاسبه کرد.

این نباید تعجب آور باشد زیرا ، همانطور که قبلاً اشاره کردیم ، شناسایی همه مکانیزم هایی که انرژی ارتعاشی سازه های واقعی را از بین می برند عملی نیست. بنابراین آزمایش های ارتعاش بر روی سازه های واقعی ، داده هایی را برای ارزیابی ضریب میرایی فراهم می کنند. آن ممکن است آزمایشات ارتعاشی آزاد باشد که منجر به داده هایی مانند آنچه در شکل ۱.۱.۴ نشان داده شده است میشود ؛ سرعت اندازه گیری شده که در آن حرکت در ارتعاش آزاد از بین میرود ، همانطور که در فصل ۲ خواهیم دید، مبنایی برای ارزیابی ضریب میرایی فراهم می کند. ویژگی میرایی همچنین ممکن است از آزمایش های ارتعاش اجباری تعیین شود ، موضوعی که ما در فصل ۳ مطالعه می کنیم.

میراگر ویسکوز معادل برای مدل سازی اتلاف انرژی در دامنه تغییر شکل در محدوده الاستیک خطی ساختار کلی در نظر گرفته شده است. بیش از این دامنه تغییر شکل ، ضریب میرایی C تعیین شده از آزمایش ممکن است با دامنه تغییر شکل تغییر کند. این غیرخطی بودن خاصیت میرایی معمولاً در تحلیل های دینامیکی به صراحت در نظر گرفته نمی شود. این کار ممکن است با انتخاب مقداری برای ضریب میرایی که برای دامنه تغییر شکل مورد انتظار مناسب است ، انجام شود که معمولاً به عنوان تغییر شکل مرتبط با حد کششی خطی سازه مناسب است. انرژی اضافی به دلیل رفتار غیر الاستیکی سازه در تغییر شکل های بزرگ ، تلف می شود. تحت نیروهای چرخه ای یا تغییر شکل ، این رفتار به معنای تشکیل یک حلقه هیستریزس تغییر شکل - نیرو است (شکل C ۱.۳.۱). انرژی میرایی تلف شده در طول یک چرخه تغییر شکل بین محدوده تغییر شکل $u_0 \pm$ توسط منطقه درون حلقه هیستریزس $abcd$ بدست می آید (شکل C ۱.۳.۱). این اتلاف انرژی معمولاً توسط میراگر ویسکوز ، به دلایلی که در فصل ۷ بیان کردیم، خصوصاً اگر تحریک کننده حرکت زمین زمین لرزه باشد ، مدلسازی نمی شود. در عوض ، متداول ترین ، مستقیم ترین و دقیق ترین روش برای محاسبه اتلاف انرژی از طریق رفتار غیر ارتجاعی شناسایی رابطه غیر ارتجاعی بین نیروی مقاومت و تغییر شکل ، است مانند آنچه در شکل C ۱.۳.۱ و ۱.۳.۴ ، در حل معادله حرکت نشان داده شده است (فصل ۵). چنین روابط تغییر شکل نیرو از آزمایشات بر روی سازه ها یا اجزای سازه ای با سرعت آهسته تغییر شکل حاصل می شود ، بنابراین هرگونه اتلاف انرژی ناشی از اثرات وابسته به سرعت را حذف می کند. روش معمول این است که این میرایی را در دامنه الاستیک تغییر شکل های موجود با همان میراگر ویسکوز که قبلاً برای تغییر شکل های کوچکتر در محدوده الاستیک خطی تعریف شده بود ، مدلسازی کنیم.

1.5. معادله حرکت: نیروی خارجی

شکل a ۱.۵.۱ فریم یک طبقه ی ایده آل را نشان می دهد که قبلاً در جهت u DOF تحت یک نیروی دینامیکی خارجی (p) قرار گرفته بود معرفی شد. این علامت گذاری نشان می دهد که نیروی p با زمان t تغییر میکند.



شکل ۱.۵.۱

جابجایی حاصل از جرم نیز با توجه به زمان متغیر است. آن را با $u(t)$ نشان می دهند. در بخشهای ۱.۵.۱ و ۱.۵.۲ معادله دیفرانسیل حاکم بر جابجایی $u(t)$ را با استفاده از دو روش با استفاده از (۱) قانون دوم نیوتن و (۲) تعادل دینامیکی بدست می آوریم. یک دیدگاه جایگزین برای مشتق، در بخش ۱.۵.۳ ارائه شده است.

1.5.1. با استفاده از قانون دوم حرکت نیوتن

نیروهایی که در برخی لحظه ها به جرم وارد می شوند در شکل b ۱.۵.۱ نشان داده شده است. این شامل نیروی خارجی $p(t)$ ، نیروی مقاومت الاستیک (یا غیرالاستیک) f_s (شکل ۱.۳.۱) و نیروی مقاوم در برابر میرایی f_D (شکل ۱.۴.۱) است. نیروی خارجی در جهت محور x مثبت گرفته شده و جابجایی $u(t)$ ، سرعت $\dot{u}(t)$ و شتاب $\ddot{u}(t)$ نیز در جهت محور x مثبت هستند. نشان داده می شود که نیروهای الاستیک و میرایی که در جهت مخالف عمل می کنند زیرا نیروهای درونی هستند که به ترتیب در برابر تغییر شکل و سرعت مقاومت می کنند. نیروی حاصل در امتداد محور x ، $p - f_s - f_D$ است و قانون دوم حرکت نیوتن معادله زیر را بدست می دهد

$$p - f_s - f_D = m\ddot{u} \quad \text{or} \quad m\ddot{u} + f_D + f_s = p(t) \quad (1.5.1)$$

این معادله پس از جایگزینی معادلات (۱.۳.۱) و (۱.۴.۱) به صورت زیر در می آید

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1.5.2)$$

این معادله ی حرکت حاکم بر تغییر شکل یا جابجایی $u(t)$ ساختار ایده آل شکل ۱.۵.۱ است، که فرض می شود به صورت خطی الاستیک است و تحت یک نیروی دینامیکی خارجی $p(t)$ قرار دارد. واحدهای جرم نیرو / شتاب هستند.

این مشتق را می توان به راحتی به سیستم های غیر ارتجاعی گسترش داد. معادله (۱.۵.۱) هنوز معتبر است و تنها کاری که باید انجام شود جایگزینی معادله (۱.۳.۱)، که محدود به سیستم های خطی است، توسط معادله (۱.۳.۶)، معتبر برای سیستم های غیر ارتجاعی است. بنابراین، برای چنین سیستم هایی، معادله حرکت به صورت زیر است

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u) = p(t) \quad (1.5.3)$$

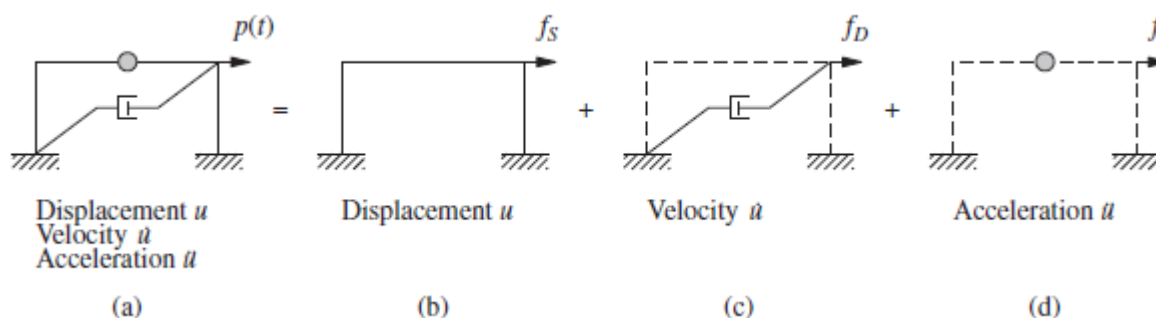
1.5.2. تعادل پویا

مهندسان سازه پس از آموزش درباره تفکر در مورد تعادل نیروها ، ممکن است مخصوصاً اصل تعادل دینامیک D'Alembert را جذاب بدانند. این اصل بر اساس مفهوم نیروی اینرسی ساختگی است ، نیرویی که برابر با حاصلضرب جرم در چندین برابر شتاب آن است و در جهتی مخالف با شتاب عمل می کند. آن بیان می کند که با احتساب نیروهای اینرسی ، یک سیستم در هر لحظه در حال تعادل است.

جابجایی Displacement

سرعت Velocity

شتاب Acceleration



شکل ۱.۵.۲. (a) سیستم؛ (b) مولفه سختی؛ (c) مولفه میرایی؛ (d) مولفه جرم.

بنابراین می توان نمودار جسم آزاد را از یک جرم متحرک ترسیم کرد و می توان از اصول استاتیک برای توسعه معادله استفاده کرد.

حرکت - جنبش.

شکل ۱.۵.۱ نمودار جسم آزاد در زمان t با جرم جایگزین شده با نیروی اینرسی آن است که برای تشخیص این نیروی ساختگی از نیروهای واقعی با یک خط تیره نشان داده شده است. تنظیم مجموع نیروها برابر با صفر ، معادله می دهد (۱.۵.۱b) ، که قبلاً با استفاده از قانون دوم حرکت نیوتن استخراج شده بود.

۱.۵.۳ سختی ، میرایی و اجزای سازنده

در این بخش معادله حاکم برای یک طبقه ایده آل براساس یک دیدگاه جایگزین تنظیم شده است. تحت عمل نیروی خارجی $p(t)$ ، وضعیت سیستم با جابجایی $u(t)$ ، سرعت $\dot{u}(t)$ و شتاب $\ddot{u}(t)$ توصیف می شود. شکل a ۱.۵.۲ را ببینید. اکنون سیستم را به صورت ترکیبی از سه مولفه خالص تجسم کنید: (۱) مولفه سختی: قاب بدون میرایی یا جرم (شکل b ۱.۵.۲). (۲) مولفه میرایی: قاب با خاصیت میرایی اما فاقد سختی و جرم است (شکل c ۱.۵.۲). و (۳) مولفه جرم: جرم سقف بدون سختی یا میرایی قاب (شکل d ۱.۵.۲). نیروی خارجی f_s روی مولفه سختی توسط معادله (۱.۳.۱) به جابجایی u مربوط میشود، اگر سیستم از نظر خطی الاستیک باشد ، نیروی خارجی f_D روی مولفه میرایی توسط معادله (۱.۴.۱) به سرعت $\dot{u}$ مربوط میشود. ، و نیروی خارجی f_I روی مولفه جرم مربوط توسط $f_I = m\ddot{u}$ به شتاب مربوط میشود.

بنابراین نیروی خارجی $p(t)$ وارد شده به سیستم کامل ممکن است بصورت توزیع شده در بین سه مولفه سازه تجسم یابد و $fS + fD + fI$ باید برابر نیروی اعمال شده $p(t)$ که منجر به معادله (b ۱.۵.۱) میشود باشد. اگرچه این دیدگاه جایگزین برای سیستم ساده شکل a ۱.۵.۲ غیرضروری به نظر می رسد ، اما برای سیستم های پیچیده مفید است (فصل ۹).

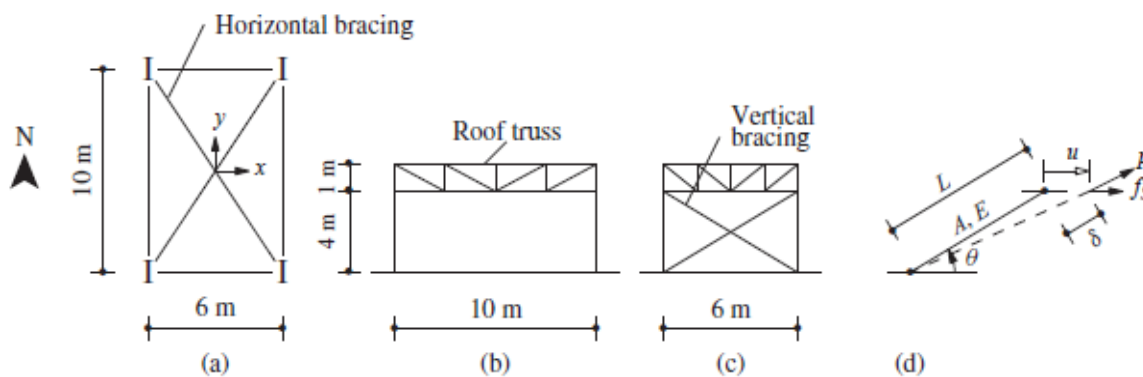
مثال ۱.۲

یک ساختمان صنعتی یک طبقه کوچک ، با پلان ۶ در ۱۰ متر ، در شکل E1.2 با قاب های خمشی در جهت شمال - جنوب و قاب های مهاربندی در جهت شرق - غرب نشان داده شده است. جرم سازه را می توان بصورت توده ای ۱۵۰ کیلوگرم بر مترمربع در سطح سقف ایده آل کرد. مهاربند ضربدری افقی در پایین خرپاهای سقف قرار دارد.

مهاربند(باد بند) افقی Horizontal bracing

خرپای شیروانی(Roof truss)

مهاربند(باد بند) عمودی Vertical bracing



شکل E1.2 (a) پلان ؛ (b) ارتفاعات شرقی و غربی ؛ (c) ارتفاعات شمالی و جنوبی ؛ (d) بادبندضربدری همه ستون ها دارای HE-A 200 بخش هستند. گشتاورهای دوم سطح مقطع آنها در محورهای X و Y به ترتیب $I_x = 2510 \text{ cm}^4$ و $I_y = 925 \text{ cm}^4$ است. برای فولاد $E = 200 \text{ GPa}$ ، است. مهاربندهای عرضی عمودی از میله هایی به قطر ۲۵ میلی متر ساخته شده اند. معادله حاکم بر ارتعاش آزاد را در (a) جهت شمال به جنوب و (b) جهت شرق به غرب فرمول بندی کنید.

راه حل : توده متراکم شده در سقف $m = 150 \times 10 \times 6 = 9000$ کیلوگرم است

به دلیل مهاربندی ضربدری افقی ، می توان سقف را به عنوان یک دیافراگم سفت و سخت در نظر گرفت. (a) جهت شمال به جنوب. به دلیل خرپای سقف ، هر ستون مانند ستون- بست ستون عمل می کند و سختی جانبی دو قاب خمشی (شکل E1.2b) برابر است با

$$k_{N-S} = 4 \left(\frac{12EI_x}{h^3} \right) = 4 \frac{12(200,000 \times 10^6)(2510 \times 10^{-8})}{(4)^3} = 3.675 \times 10^6 \text{ N/m} = 3675 \text{ kN/m}$$

و معادله حرکت برابر است با

$$m\ddot{u} + (k_{N-S}) u = 0 \quad (a)$$

(b) جهت شرق به غرب. قابهای مهاربندی ، مانند آنهایی که در شکل E1.2c نشان داده شده است ، معمولاً به عنوان دو سیستم سوار بر هم طراحی می شوند: یک قاب صلب معمولی که از بارهای عمودی (مرده و زنده) پشتیبانی می کند ، به علاوه یک سیستم مهاربندی عمودی ، که عموماً به عنوان خربای متصل به پین در نظر گرفته می شود که در برابر نیروهای جانبی مقاومت می کند. بنابراین سفتی جانبی یک قاب مهاربندی را می توان به عنوان مجموع سختی های جانبی مهاربند های جداگانه برآورد کرد. سختی مهاربند (شکل E1.2d) $k_{brace} = (AE / L) \cos^2 \theta$ است. آن را می توان به شرح زیر استخراج کرد. ما با رابطه محوری نیرو- تغییر شکل برای یک مهاربند شروع می کنیم:

$$p = \frac{AE}{L} \delta \quad (b)$$

با استاتیک $f_s = p \cos \theta$ ، و سینماتیک $u = \delta / \cos \theta$ و جایگزینی $p = f_s / \cos \theta$ و $\delta = u \cos \theta$ در معادله (b) داریم:

$$f_s = k_{brace} u \quad k_{brace} = \frac{AE}{L} \cos^2 \theta \quad (c)$$

برای مهاربند در شکل E1.2c، $\cos \theta$ برابر است با $\cos \theta = 6 / \sqrt{4^2 + 6^2} = 0.8321$ ، $A = 4.909 \text{ cm}^2$ ، $L = 7.21$ متر ، و

اگرچه هر قاب دارای دو مهاربند متقاطع است ، اما تنها یک قاب دارای مقاومت جانبی است. یکی در اثر فشار نیروی محوری کوچک کمانش میکند و کمک کمی به سختی جانبی می کند. با در نظر گرفتن دو فریم ، داریم:

$$k_{E-W} = 2 \times 9425 = 18,850 \text{ kN/m}$$

معادله حرکت برابر است با:

$$m\ddot{u} + (k_{E-W}) u = 0 \quad (d)$$

ببینید که خطا در اثر نادیده سختی ستون ها کم است: $k_{col} = 2 \times 12EI_y / h^3 = 694 \text{ kN / m}$ در مقابل

$$k_{brace} = 9425 \text{ kN / m}$$

مثال ۱.۳

یک پل بتونی ، با شاه تیرجعبه ای به طول ۱۲۰ متر که بر روی چهار تکیه گاه - دو پایه و دو خم به طور متقارن قرار گرفته- که در شکل E1.3 نشان داده شده است. سطح مقطع عرشه پل ۱۲ متر مربع است. جرم پل به صورت توده ای در سطح عرشه ایده آل سازی می شود. جرم واحد بتن 2400 kg/m^3 است. جرم خرک ها ممکن است

نادیده گرفته شود. هر خرک از سه ستون با طول مقطع دایره ای به ارتفاع ۸ متر تشکیل شده است که دارای $I_y = I_z = 0.15 \text{ m}^4$ است [شکل E1.3b]. معادله حرکت حاکم بر ارتعاش آزاد را در جهت طولی فرموله کنید. مدول الاستیک بتن $E = 20,000 \text{ MPa}$ است.

راه حل: جرم به ازای واحد طول توده در سطح عرشه $m = 28,800 \text{ kg/m}$ (2400)(12) است. کل جرم توده ای در سطح عرشه برابر است با:

$$m = 28,800 \times 120 = 3,456 \times 10^6 \text{ kg}$$

سختی طولی پل با فرض اینکه عرشه پل به سختی جابجا میشود، همانطور که در شکل E1.3c نشان داده شده است محاسبه می شود. هر ستون خرک مانند یک ستون-بست ستون عمل می کند. سختی طولی ارائه شده توسط هر خرک برابر است با:

$$k_{\text{bent}} = 3 \left(\frac{12EI_z'}{h^3} \right) = 3 \left[\frac{12(20,000 \times 10^6)(0.15)}{8} \right] = 2.109 \times 10^8 \text{ N/m} = 210,900 \text{ kN/m}$$

دو خرک سفتی کلی برابر با مقدار زیر ایجاد می کنند:

معادله حاکم بر جابجایی طولی u برابر است با:

$$k = 2 \times k_{\text{bent}} = 2 \times 210,900 = 421,800 \text{ kN/m}$$

تکیه گاه: Abutment

عرشه: Deck

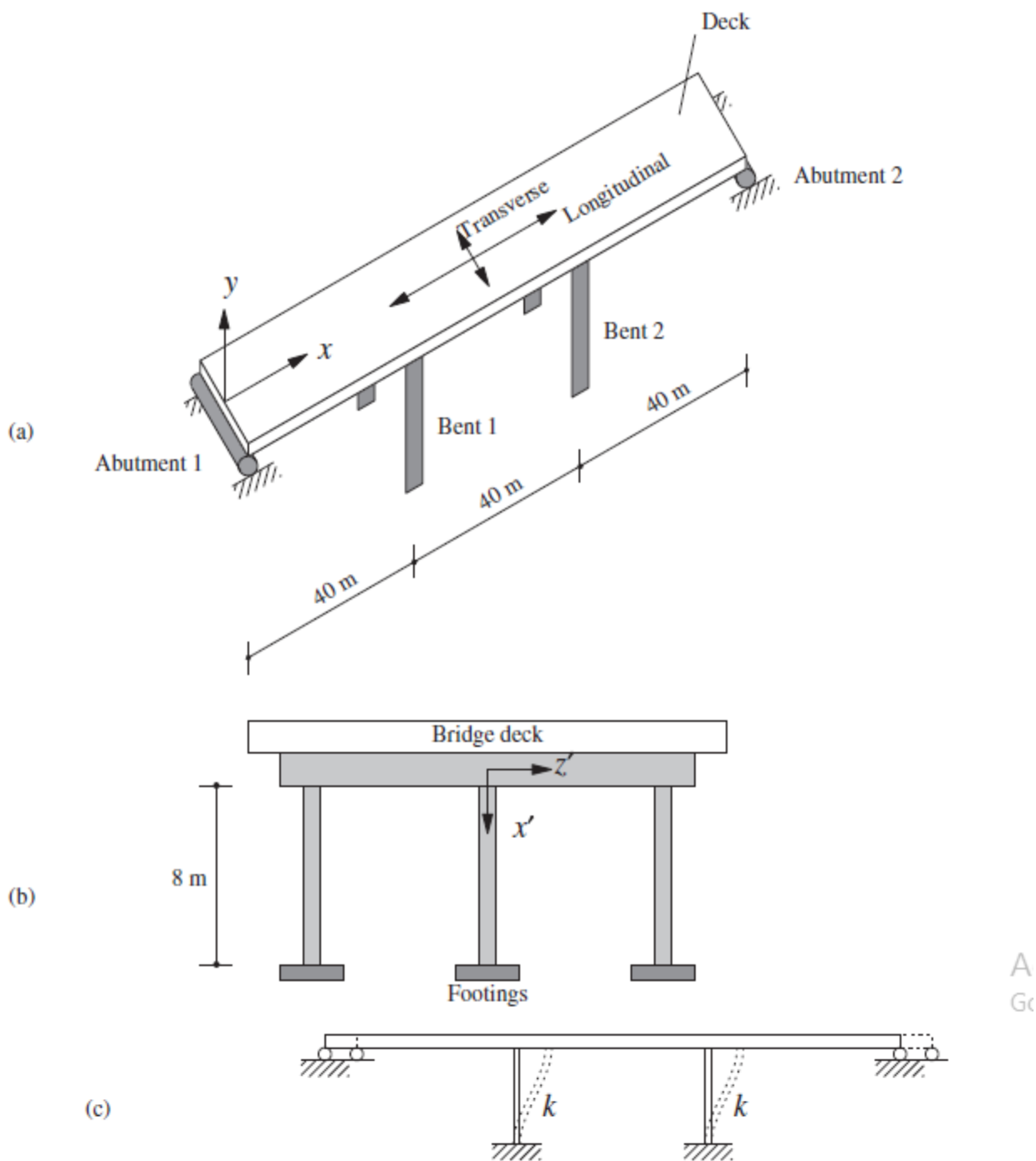
خرک: Bent

طولی: Longitudinal

عرضی: Transverse

عرشه پل: Bridge deck

پی ها: Footings



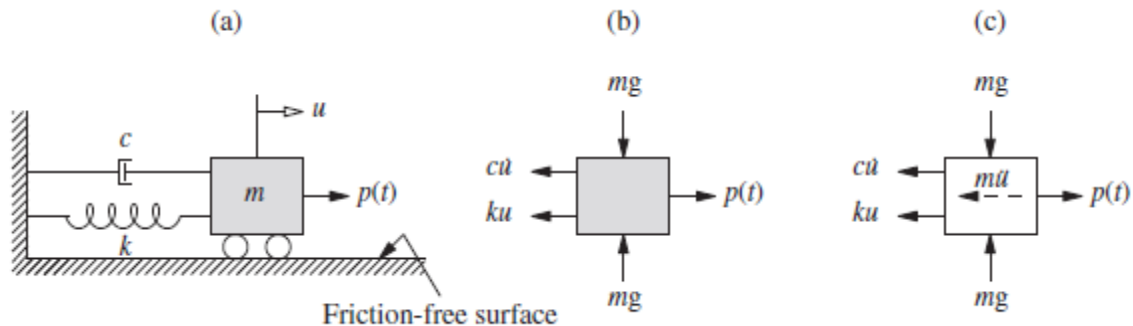
شکل E.1.3.

1.6 سیستم جرم- فنر-میراگر

ما سیستم SDF را با ایده آل سازی یک ساختار یک طبقه معرفی کرده ایم (شکل a ۱.۵.۱)، روشی که باید برای دانشجویان مهندسی سازه جذاب باشد. با این حال، سیستم SDF کلاسیک، سیستم جرم- فنر-میراگر

شکل (a ۱.۶.۱) است. پویایی این سیستم در کتابهای درسی ارتعاش مکانیکی و فیزیک پایه توسعه یافته است.

سطح بدون اصطکاک Friction-free surface



شکل ۱.۶.۱. سیستم جرم-فنر-میراگر.

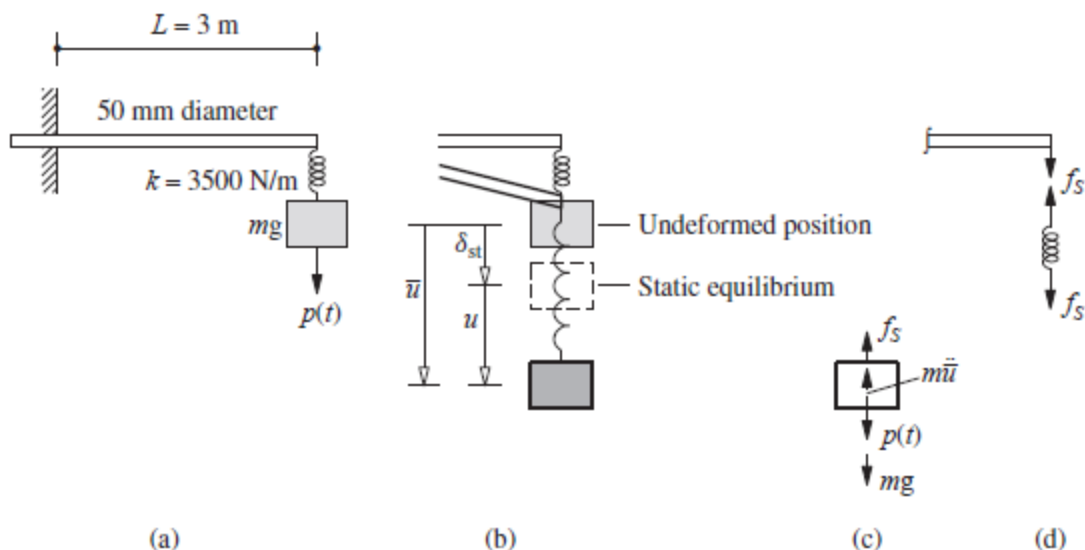
اگر فنر و میراگر را بدون جرم، جرم صلب، و تمام حرکت را در جهت محور x در نظر بگیریم، یک سیستم SDF داریم. شکل b ۱.۶.۱ نیروهای وارد بر جرم را نشان می دهد. این شامل نیروی مقاومت الاستیک، $f_S = ku$ است که توسط یک فنر خطی با سختی k اعمال می شود و نیروی مقاومت در برابر میرایی به دلیل یک میراگر ویسکوز خطی، برابر است با $f_D = c\dot{u}$. دومین قانون حرکت نیوتن، معادله (b ۱.۵.۱) را بدست می آورد. متناوباً، همان معادله با استفاده از اصل D'Alembert و نوشتن یک معادله تعادل برای نیروها در نمودار آزاد جسم، از جمله نیروی اینرسی (شکل c ۱.۶.۱) بدست می آید. واضح است که معادله حرکتی که قبلاً برای قاب یک طبقه ایده آل شکل a ۱.۵.۱ به دست آمده است، برای سیستم جرم-فنر-میراگر شکل a ۱.۶.۱ نیز معتبر است.

مثال ۱.۴

معادله حرکت جرم m آویزان از یک فنر در انتهای آزاد تیر فولادی طره نشان داده شده در شکل E1.4a را بدست آورید. برای فولاد، $E = 200,000 \text{ MPa}$. از جرم تیر و فنر صرف نظر کنید.
قطر=diameter

موقعیت بدون تغییر شکل=Undeformed position

تعادل استاتیکی=Static equilibrium



شکل E1.4. (a) سیستم ؛ (b) موقعیت های تعادل استاتیک، تغییر شکل یافته، بدون تغییر شکل. (c) نمودار آزاد جسم ؛ (d) نیروهای فنر و تیر.

راه حل: شکل E1.4b موقعیت تغییر شکل یافته انتهای آزاد تیر ، فنر و جرم را نشان می دهد. جابجایی جرم $\bar{u}$ از موقعیت اولیه آن به همراه تیر و فنر در پیکربندی اصلی تغییر شکل نیافته شان اندازه گیری می شود. تعادل نیروهای شکل E1.4c معادله زیر را بدست می دهد :

$$m\ddot{\bar{u}} + f_s = w + p(t) \quad (a)$$

$$f_s = k_e \bar{u} \quad (b)$$

و سختی موثر سیستم باید مشخص شود. معادله حرکت برابر است با:

$$m\ddot{\bar{u}} + k_e \bar{u} = w + p(t) \quad (c)$$

جابجایی $\bar{u}$ میتواند به صورت زیر بیان شود:

$$\bar{u} = \delta_{st} + u \quad (d)$$

که δ_{st} جابجایی ایستایی ناشی از جرم m است و u از موقعیت تعادل ایستا اندازه گیری می شود. با جاگذاری معادله (d) در معادله (a) و با توجه به این که $\ddot{\bar{u}} = \ddot{u}$ (۱) زیرا δ_{st} با زمان تغییر نمیکنند و (۲) $ke\delta_{st} = mg$ داریم:

$$m\ddot{u} + k_e u = p(t) \quad (e)$$

ببینید که برای سیستم جرم- فنر متمایل در جهت افقی (شکل ۱.۶.۱) این همان معادله (۱.۵.۲) با $c = 0$ است. همچنین توجه داشته باشید که معادله حرکت (e) حاکم بر u ، که از موقعیت تعادل ایستا اندازه گیری می شود، تحت تأثیر نیروهای گرانش نیست.

به همین دلیل ما معمولاً یک مسئله تحلیل دینامیکی برای یک سیستم خطی با موقعیت تعادل ایستا را به عنوان موقعیت مرجع، فرمول نویسی می کنیم. جابجایی $u(t)$ و نیروهای داخلی مربوطه در سیستم نشان دهنده پاسخ دینامیکی سیستم است. کل جابجایی ها و نیروها با افزودن مقادیر استاتیک متناظر به پاسخ دینامیکی بدست می آیند.

سختی موثر ke همچنان مقداری است که باید مشخص شود. آن نیروی ساکن f_S را به جابجایی ناشی از u مرتبط می کند

$$f_S = k_e \bar{u} \quad (f)$$

$$\bar{u} = \bar{u}_{\text{spring}} + \bar{u}_{\text{beam}} \quad (g)$$

جایی که $\bar{u}_{\text{beam}}$ انحراف انتهای سمت راست تیر است و $\bar{u}_{\text{spring}}$ تغییر شکل در فنر است. با توجه به شکل E1.4d، داریم،

$$f_S = k \bar{u}_{\text{spring}} = k_{\text{beam}} \bar{u}_{\text{beam}} \quad (h)$$

برای بدست آوردن معادله زیر در معادله (g)، $\bar{u}$ را از معادله (f) و $\bar{u}_{\text{beam}}$ و $\bar{u}_{\text{spring}}$ از معادله (h) جایگذاری کنید.

$$\frac{f_S}{k_e} = \frac{f_S}{k} + \frac{f_S}{k_{\text{beam}}} \quad \text{or} \quad k_e = \frac{k k_{\text{beam}}}{k + k_{\text{beam}}} \quad (i)$$

حال $k = 3500 \text{ N/m}$ است و

$$k_{\text{beam}} = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3(200,000 \times 10^6)[\pi(0.025)^4/4]}{3^3} = 6816 \text{ N/m}$$

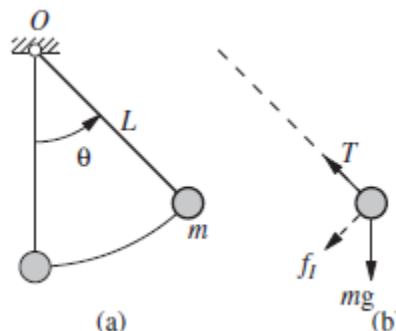
با جاگذاری k و k_{beam} در معادله (i) داریم:

$$k_e = 2313 \text{ N/m}$$

همانطور که قبلاً ذکر شد، نیروهای گرانش را می توان از فرمول معادله حاکم برای سیستم شکل E1.4 حذف کرد، به شرطی که جابجایی u از وضعیت تعادل ایستا اندازه گیری شود. با این حال، بارهای گرانش اگر به عنوان نیروهای بازگرداننده (مثال ۱.۵) یا به عنوان نیروهای برهم زننده تعادل (مثال ۱.۶) عمل کنند باید در نظر گرفته شوند.

مثال ۱.۵

معادله حاکم بر حرکت آزاد یک آونگ ساده را بنویسید (شکل E1.5a)، که متشکل از یک جرم نقطه ای m است که با یک رشته سبک به طول L معلق است.



شکل E1.5 (الف) آونگ ساده؛ (ب) نمودار جسم-آزاد.

راه حل: شکل E1.5a موقعیت جابجا شده آونگ را نشان می دهد که با زاویه θ که از موقعیت عمودی اندازه گیری شده نشان داده شده است و شکل E1.5b نمودار جسم آزاد جرم را نشان می دهد. نیروهایی که وارد می شوند عبارتند از: وزن mg ، کشش T در نخ و نیروی اینرسی ساختگی D'Alembert $f_I = mL\ddot{\theta}$. از تعادل نیروها در اطراف O داریم:

$$mL^2\ddot{\theta} + mgL\sin\theta = 0 \quad (a)$$

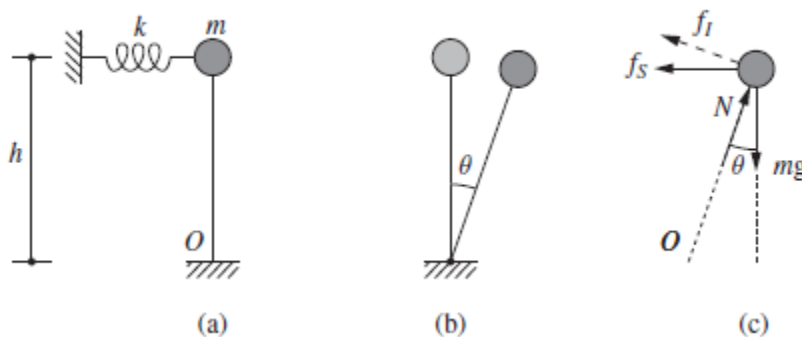
این یک معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر θ است.

برای چرخش های کوچک، $\sin\theta \cong \theta$ است و معادله حرکت [معادله (الف)] را می توان دوباره نوشت

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \quad (b)$$

مثال ۱.۶

سیستم شکل E1.6a متشکل از یک جرم m است که به یک ستون صلب بدون جرم به ارتفاع h که در پایه ثابت شده متصل شده است. مقاومت جانبی توسط فنر بالای ستون به سختی k ایجاد می شود. با فرض انحرافات کوچک، معادله حرکت را بدست آورید. بار کمانش چیست؟



شکل E1.6

راه حل: شکل E1.6b موقعیت جابجایی سیستم را نشان می دهد که با زاویه θ یا جابجایی جانبی $u = h \sin \theta$ تعریف شده است. نمودار جسم آزاد در شکل E1.6c شامل جرم $m = mg$ ، نیروی مقاومت جانبی $f_S = ku$ ، نیروی اینرسی ساختگی D'Alembert، $f_I = m\ddot{h}\theta$ و نیروی محوری N در ستون است. تعادل لنگر ها در اطراف O رابطه زیر را بدست می دهد:

$$f_I h + f_S h \cos \theta - mgh \sin \theta = 0 \quad (a)$$

برای θ کوچک، $\sin \theta \cong \theta$ و $\cos \theta \cong 1$ است، و معادله تعادل به صورت زیر در می آید:

$$f_I h + f_S h - mgh\theta = 0 \quad (b)$$

با جاگذاری $f_S = kh \sin \theta \cong kh\theta$ و $f_I = m\ddot{h}\theta$ داریم:

$$m h^2 \ddot{\theta} + (k h^2 - mgh) \theta = 0 \quad (c)$$

این معادله حرکت است که می تواند بر اساس جابجایی جانبی $u \cong h\theta$ نیز نوشته شود:

$$m \ddot{u} + \left(k - \frac{mg}{h} \right) u = 0 \quad (d)$$

مشاهده

میکنید که بارگرانشی، میزان سختی سیستم را تا اندازه ای که به بار mg (= جرم) و ارتفاع h بستگی دارد، کاهش می دهد. اگر جرم $m = k / (gL)$ باشد، سختی موثر صفر است و سیستم تحت جرم خود ناپایدار می شود. بنابراین، میزان کماتش (یا جرم) برابر است با

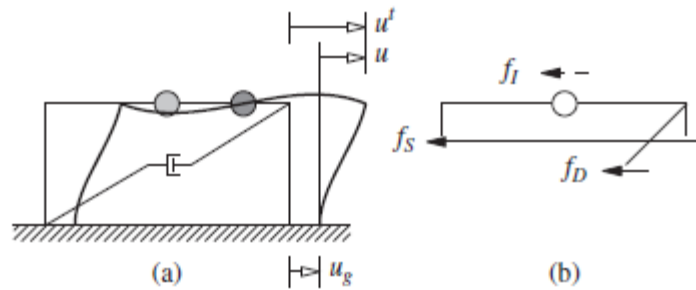
$$m_{cr} = \frac{k}{gL} \quad (e)$$

1.7. معادله حرکت: تحریک زمین لرزه

در مناطق زلزله خیز، مشکل اصلی دینامیک سازه ای که مهندسان سازه را نگران می کند، پاسخ سازه های تحت تاثیر حرکت پایه سازه بر اثر زمین لرزه است. جابجایی زمین با u_g ، جابجایی کل (یا مطلق) جرم توسط u و جابجایی نسبی بین جرم و زمین با u نشان داده می شود (شکل ۱.۷.۱). در هر لحظه از زمان این جابجایی ها توسط معادله زیر بدست می آید

$$u(t) = u_g(t) + u(t) \quad (1.7.1)$$

هم u^t و هم u_g به یک چارچوب مرجع یکسان اشاره می کنند و جهت های مثبت آنها باهم سازگار است. معادله حرکت برای سیستم یک طبقه ایده آل شکل a ۱.۷.۱ تحت تحریک زمین لرزه را می توان با هر یک از رویکردهای معرفی شده در بخش ۱.۵ استخراج کرد. در اینجا ما استفاده از مفهوم تعادل پویا را انتخاب می کنیم.



شکل ۱.۷.۱

از نمودار جسم آزاد شامل نیروی اینرسی f_I ، نشان داده شده در شکل ۱.۷.۱b، معادله تعادل پویا به صورت زیر است:

$$u'(t) = u_g(t) + u(t) \quad (1.7.1)$$

فقط حرکت نسبی u بین جرم و پایه به دلیل تغییر شکل ساختاری، نیروهای الاستیک و میرایی را ایجاد می کند (به عنوان مثال، اجزای جسم صلب تغییر مکان ساختار، هیچ نیروی داخلی ایجاد نمی کند). بنابراین برای یک سیستم خطی، معادلات (۱.۳.۱) و (۱.۴.۱) هنوز معتبر هستند. نیروی اینرسی f_I مربوط به شتاب جرم است که توسط معادله زیر بدست می آید:

$$f_I + f_D + f_S = 0 \quad (1.7.2)$$

با جاگذاری معادلات (1.3.1)، (1.4.1) و (1.7.3) در معادله (1.7.2) و با استفاده از معادله (1.7.1) داریم:

$$f_I = m\ddot{u}' \quad (1.7.3)$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.7.4)$$

این معادله حرکت حاکم بر جابجایی نسبی یا تغییر شکل $u(t)$ ساختار الاستیک خطی شکل a ۱.۷.۱ است که تحت شتاب زمین $\ddot{u}_g(t)$ قرار دارد.

برای سیستم های غیر ارتجاعی، معادله (۱.۷.۲) معتبر است، اما معادله (۱.۳.۱) باید با معادله (۱.۳.۶) جایگزین شود. معادله حرکتی حاصل برابر است با:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_S(u) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.7.5)$$

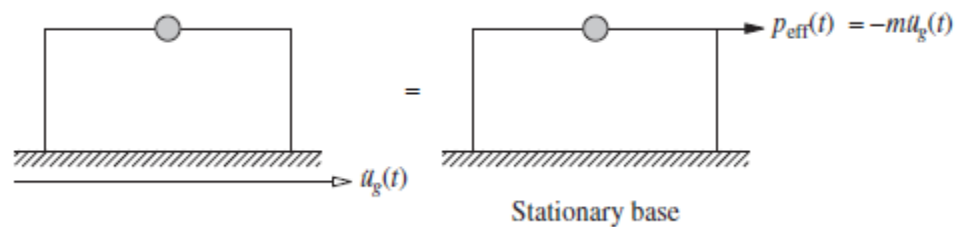
مقایسه معادلات (۱.۵.۲) و (۱.۷.۴) یا معادلات (۱.۵.۳) و (۱.۷.۵)، نشان می دهد که معادلات حرکت سازه که تحت دو برانگیختگی مجزا قرار دارند - شتاب زمین $\ddot{u}_g(t)$ و نیروی خارجی $\ddot{u}_g(t) = -m\ddot{u}_g(t)$ یکی و یکسان هستند. بنابراین جابجایی نسبی یا تغییر شکل $u(t)$ سازه در اثر شتاب زمین $\ddot{u}_g(t)$ اگر پایه آن ثابت باشد و اگر تحت نیروی خارجی $\ddot{u}_g(t) = -m\ddot{u}_g(t)$ قرار گیرد، با جابجایی $u(t)$ سازه یکسان خواهد بود.

بنابراین همانطور که در شکل ۱.۷.۲ نشان داده شده است ، حرکت زمین می تواند با نیروی موثر زلزله جایگزین شود (که با زیرنویس "eff" نشان داده شده است):

$$p_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.7.6)$$

این نیرو برابر با جرم ضربدر شتاب زمین است که در جهت خلاف شتاب عمل می کند. مهم است که تشخیص دهیم نیروی موثر زلزله با جرم سازه متناسب است. بنابراین طراح سازه در صورت افزایش جرم سازه ، نیروی موثر زلزله را افزایش می دهد.

در فصل ۷ خواهیم دید که بارهای گرانشی در صورت تغییر شکل در محدوده غیر الاستیک می توانند به طور قابل توجهی بر پاسخ زمین لرزه تأثیر بگذارند. بنابراین ، این بارها باید در معادله (۱.۷.۵) گنجانده شود. اگر بخواهیم احتمال ریزش سازه در هنگام زلزله را بررسی کنیم ، انجام این کار ضروری است.



شکل ۱.۷.۲ نیروی موثر زلزله: حرکت افقی زمینی.

با چشم پوشی از بارهای گرانشی این امکان فراهم می شود که جرم m در شکل ۱.۷.۱ فقط در امتداد یک خط افقی حرکت کند. درج بارهای گرانشی مسیر افقی را با یک مسیر منحنی جایگزین می کند که رابطه بین حرکت های عمودی و افقی را توصیف می کند. اگر منحنی های الاستیک ستون های خمشی در نظر گرفته شوند ، این رابطه بسیار پیچیده است. خوشبختانه ، برای اکثر موارد عملی می توان ویژگی های مهم مسیر انحراف را با یک قوس دایره ای تقریب زد. به یاد بیاورید که وقتی این مسیر، حرکت را دقیقاً برای یک ستون صلب ، مانند مثال ۱.۶ تعریف میکند ، بار جاذبه دارای اثر کاهش سختی به میزان mg/h بود.

با استفاده از این نتیجه به عنوان یک تقریب برای قاب یک طبقه (شکل ۱.۷.۱) ، معادله (۱.۷.۵) به صورت زیر در می آید:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u) - \frac{mg}{h}u = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.7.7)$$

مثال ۱.۷

یک ورقه صلب و یکنواخت با جرم کل m با چهار ستون به ارتفاع h ساپورت میشود که به طور صلب به ورقه بالا و ورقه پایه متصل شده است (شکل E1.7a).

هر ستون به ترتیب دارای مقطع مستطیلی با گشتاورهای دوم منطقه برابر با I_x و I_y برای خم شدن در حول محوره‌های x و y می باشد. معادله حرکت را برای این سیستم که تحت چرخش $u_{g\theta}$ پی در اطراف یک محور عمودی قرار دارد را تعیین کنید. از جرم ستون ها چشم پوشی کنید.

راه حل: گشتاور مقاومت الاستیک یا گشتاور پیچشی f_s که بر روی جرم تأثیر می گذارد در شکل E1.7b نشان داده شده است ، و قانون دوم نیوتن نشان می دهد که

$$-f_s = I_O \ddot{u}_\theta \quad (a)$$

$$u_\theta'(t) = u_\theta(t) + u_{g\theta}(t) \quad (b)$$

در

اینجا u_θ چرخش ورقه سقف نسبت به زمین است و $IO = m(b^2 + d^2) / 12$ گشتاور اینرسی ورقه سقف در اطراف محور ورقه است که نسبت به ورقه ی از مرکز جرم آن O عبور می کند نرمال است. واحدهای لنگر اینرسی برابر است با نیرو $\times$ (طول)^۲ / شتاب است. گشتاور f_s و چرخش نسبی u_θ توسط معادله زیر بهم مربوط میشوند:

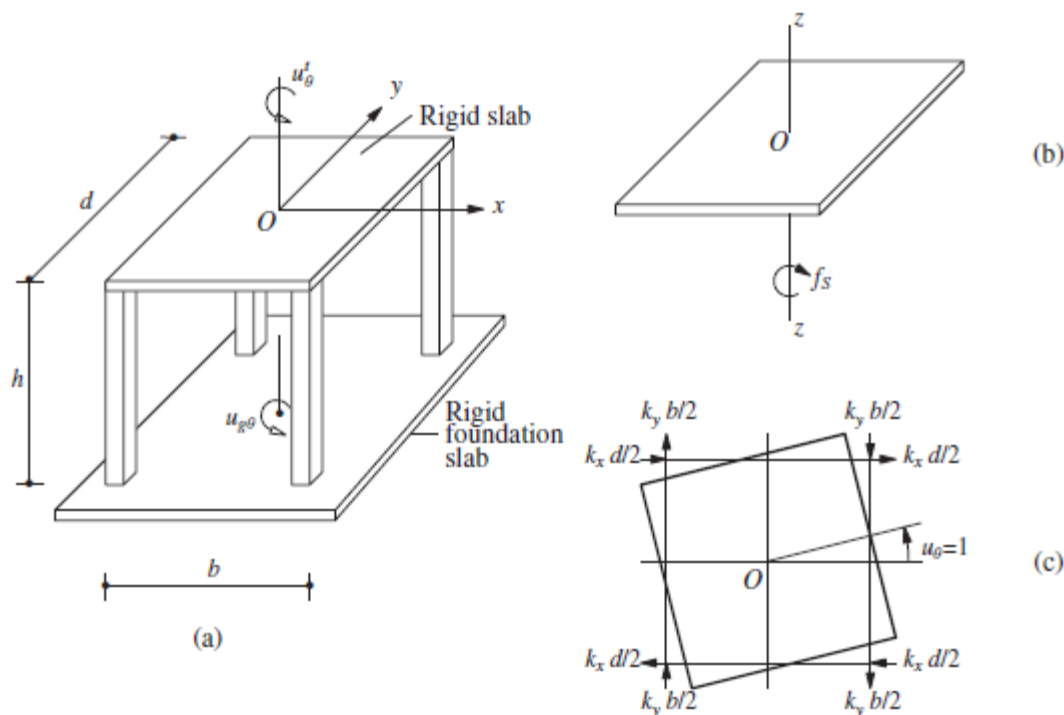
$$f_s = k_\theta u_\theta \quad (c)$$

که در آن k_θ سفتی پیچشی است. برای تعیین k_θ ، ما یک چرخش واحد را نشان می دهیم ، $u_\theta = 1$ ، و نیروهای مقاوم را در هر ستون شناسایی می کنیم (شکل E1.7c). برای ستونی که هر دو انتهای آن بسته (محکم) باشد ، $k_x = 12EI_y / h^3$ و $k_y = 12EI_x / h^3$ است. گشتاور مورد نیاز برای تعادل این نیروهای مقاوم برابر است با

$$k_\theta = 4 \left(k_x \frac{d}{2} \frac{d}{2} \right) + 4 \left(k_y \frac{b}{2} \frac{b}{2} \right) = k_x d^2 + k_y b^2 \quad (d)$$

ورقه صلب Rigid slab

ورقه صلب پایه Rigid foundation slab



شکل E1.7.

با جاگذاری معادلات (d), (c), و (b) در معادله (a) داریم:

$$I_O \ddot{u}_\theta + (k_x d^2 + k_y b^2) u_\theta = -I_O \ddot{u}_{g\theta} \quad (e)$$

این معادله ی حاکم بر چرخش نسبی u_θ ورقه سقف در اثر شتاب چرخشی $u_{g\theta}$ ورقه پایه است.

1.8. بیان مسئله و نیروهای عنصر

1.8.1. بیان مسئله

با توجه به جرم m ، سختی k سیستم الاستیک خطی، یا رابطه نیرو - تغییر شکل $f_S(u)$ برای یک سیستم غیرالاستیک، ضریب میرایی c و تحریک پویا - که ممکن است یک نیروی خارجی $p(t)$ یا شتاب گرانش $\ddot{u}_g(t)$ باشد - یک مسئله اساسی در دینامیک ساختاری، تعیین پاسخ یک سیستم SDF است: سیستم یک طبقه ایده آل یا سیستم میراگر-جرم-فنر. اصطلاح پاسخ به معنای عمومی شامل هر مقدار پاسخ، مانند جابجایی، سرعت یا شتاب جرم. همچنین، یک نیروی داخلی یا تنش داخلی در ساختار است. وقتی محرک یک نیروی خارجی است، مقادیر پاسخ مورد نظر، جابجایی یا تغییر شکل $u(t)$ ، سرعت $\dot{u}(t)$ و شتاب $\ddot{u}(t)$ جرم است. برای تحریک زلزله، ممکن است هم مقادیر کل (یا مطلق) و هم مقادیر نسبی این اندازه ها مورد نیاز باشد. جابجایی نسبی $u(t)$ مربوط به تغییر شکل ساختار از همه مهمتر است زیرا نیروهای داخلی در سازه مستقیماً با $u(t)$ ارتباط دارند.

1.8.2. نیروهای عنصر

هنگامی که تاریخچه پاسخ تغییر شکل $u(t)$ با تجزیه و تحلیل دینامیکی ساختار ارزیابی شد (به عنوان مثال ، با حل معادله حرکت) ، نیروهای عنصر - لنگر های خمشی ، برش ها و نیروهای محوری - و تنش های مورد نیاز برای طراحی سازه می توانند توسط تجزیه و تحلیل استاتیک ساختار در هر بازه زمانی (هیچ تجزیه و تحلیل دینامیکی اضافی لازم نیست) تعیین شوند. این تجزیه و تحلیل استاتیک یک قاب الاستیک خطی یک طبقه را می توان به دو روش مشاهده کرد:

1. در هر لحظه ، جابجایی جانبی u که چرخش های مفصلی به آن مربوط هستند معلوم است و از این رو می توان آنها را تعیین کرد. معادله (b) مثال ۱.۱ را ببینید. از جابجایی و چرخش معلوم هر انتهای یک عنصر ساختاری (تیر و ستون) می توان نیروهای عنصر (لنگر های خمشی و برشی) را از طریق خصوصیات سختی عنصر تعیین کرد (ضمیمه ۱). و تنش ها را می توان از نیروهای عنصر بدست آورد.

2. روش دوم معرفی نیروی استاتیک معادل ، یک مفهوم اصلی در مهندسی زلزله است ، همانطور که در فصل ۶ مشاهده خواهیم کرد. تغییر شکل u توسط تجزیه و تحلیل پویا تعیین می شود.

بنابراین

$$f_s(t) = ku(t) \quad (1.8.1)$$

که در آن k سفتی جانبی سازه است. متناوباً ، f_s را می توان به عنوان نیروی خارجی تفسیر کرد که همان تغییر شکل u را در مولفه سختی سازه ایجاد می کند [یعنی سیستم بدون جرم یا میرایی (شکل b ۱.۵.۲)] که با تجزیه و تحلیل دینامیکی سازه تعیین می شود [یعنی سیستم با جرم ، سختی و میرایی (شکل a ۱.۵.۲)]. نیروهای عناصر یا تنش ها را می توان در هر لحظه با تجزیه و تحلیل استاتیک ساختار تحت نیروی f_s که با معادله (۱.۸.۱) تعیین شده مشخص کرد. ارائه مفهوم نیروی استاتیکی معادل برای سیستم میراگر-جرم-فنر ضروری نیست زیرا نیروی فنر، که همچنین توسط معادله (۱.۸.۱) بدست می آید ، به آسانی قابل تجسم است.

برای سیستم های غیر الاستیک می توان نیروهای المان را با اصلاحات مناسب این روش ها تعیین کرد تا نشان داد که چنین سیستم هایی معمولاً توسط روش های پله بندی زمان با تکرار در یک مرحله زمانی تحلیل می شوند (فصل ۵).

چرا نیروی خارجی در روش دوم به صورت $f_s(t) = ku(t)$ تعریف می شود و به صورت $f_l(t) = m\ddot{u}(t)$ تعریف نمی شود؟ از معادله (۱.۷.۲) داریم: $-f_l(t) = f_s(t) + f_d(t) = ku(t) + c\dot{u}(t)$. وارد کردن نیروی میرایی وابسته به سرعت به دو دلیل نامناسب است: (۱) این نیرو توسط مکانیسم میرایی حمل می شود ، بنابراین به نیروهای عنصر و تنش های مورد نیاز در طراحی سازه کمک نمی کند و (۲) نیروها و تنش های المان محاسبه شده باید با مقادیر مجاز مشخص شده در کدهای طراحی که برپایه داده های آزمایشات استاتیک هستند (با میزان بارگذاری کم انجام می شوند) مقایسه شوند.

1.9. ترکیب پاسخ های استاتیکی و دینامیکی

در کاربرد عملی، ما باید کل نیروهای موجود در یک سازه، از جمله نیروهای موجود قبل از تحریک دینامیکی سازه و نیروهای حاصل از تحریک دینامیکی را تعیین کنیم. برای یک سیستم خطی می توان با ترکیب نتایج دو تجزیه و تحلیل جداگانه، (۱) آنالیز استاتیکی سازه به دلیل نیروهای زنده و مرده، تغییرات دما، و غیره و (۲) تجزیه و تحلیل پویای ساختار تحت تحریک متغیر زمان، کل نیروها را تعیین کرد. این برتری مستقیم نتایج دو تحلیل فقط برای سیستم های خطی معتبر است.

تجزیه و تحلیل سیستم های غیرخطی را نمی توان به دو تحلیل مستقل از هم تفکیک کرد. تجزیه و تحلیل دینامیکی چنین سیستمی باید نیروها و تغییر شکل های موجود در ساختار را قبل از شروع تحریک پویا شناسایی کند. این امر تا حدی برای ایجاد خاصیت سختی اولیه سازه مورد نیاز برای شروع تحلیل دینامیکی ضروری است.

10/1 روشهای حل معادله دیفرانسیل

معادله حرکت برای یک سیستم SDF خطی که تحت نیروی خارجی قرار گرفته است، معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است که قبلاً بدست آمده است:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1.10.1)$$

جابجایی اولیه $u(0)$ و سرعت اولیه $\dot{u}(0)$ در زمان صفر باید مشخص شود تا مسئله به طور کامل تعریف شود. به طور معمول، ساختار قبل از شروع تحریک پویا در حالت استراحت است، به طوری که سرعت و جابجایی اولیه صفر است. مروری کوتاه بر چهار روش حل در بخشهای زیر آمده است.

1.10.1. راه حل کلاسیک

حل کامل معادله دیفرانسیل خطی حرکت از مجموع راه حل عمومی $u_c(t)$ و راه حل خاص $u_p(t)$ تشکیل شده است، یعنی $u(t) = u_c(t) + u_p(t)$. از آنجا که معادله دیفرانسیل از مرتبه دوم است، شامل دو ثابت انتگرال گیری می شود. آنها در راه حل عمومی ظاهر می شوند و از دانش شرایط اولیه ارزیابی می شوند.

مثال ۱.۸

یک نیروی گام را در نظر بگیرید: $p(t) = p_0$ ، $t \geq 0$. در این حالت، معادله دیفرانسیل حرکت برای یک سیستم بدون میرایی (به عنوان مثال، $c = 0$) برابر است با

$$m\ddot{u} + ku = p_0 \quad (a)$$

راه حل ویژه برای معادله (a) برابر است با

$$u_p(t) = \frac{p_0}{k} \quad (b)$$

و راه حل عمومی برابر است با

$$u_c(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (c)$$

که A و B ثابت های انتگرال گیری هستند و $\omega_n = \sqrt{k/m}$.

راه حل کامل با جمع معادلات (b) و (c) بدست می آید:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t + \frac{P_o}{k} \quad (d)$$

اگر سیستم در ابتدا در حالت استراحت باشد در $t = 0$ ، $u(0) = 0$ و $\dot{u}(0) = 0$ است. برای این شرایط اولیه می توان ثابت های A و B را به صورت زیر تعیین کرد:

$$A = -\frac{P_o}{k} \quad B = 0 \quad (e)$$

با جاگذاری معادله (e) در معادله (d) داریم:

$$u(t) = \frac{P_o}{k} (1 - \cos \omega_n t) \quad (f)$$

راه حل کلاسیک روش اصلی است که ما در حل معادله دیفرانسیل برای ارتعاش آزاد و تحریکاتی که می توان به صورت تحلیلی توصیف کرد مانند نیروهای هارمونیک، گام و پالس استفاده خواهیم کرد.

1.10.2. انتگرال Duhamel

روش معروف دیگر برای حل معادلات دیفرانسیل خطی، مانند معادله حرکت یک سیستم SDF، بر اساس نمایش نیروی اعمال شده به صورت دنباله ای از تکانه های بی نهایت کوتاه است. پاسخ سیستم به یک نیروی اعمال شده $p(t)$ ، در زمان t با افزودن پاسخ به تمام تکانه ها تا آن زمان بدست می آید. ما این روش را در فصل ۴ تعمیم می دهیم و که نتیجه زیر برای یک سیستم SDF بدون میرایی بدست می آید:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t p(\tau) \sin[\omega_n(t - \tau)] d\tau \quad (1.10.2)$$

که $\omega_n = \sqrt{k/m}$ است. در این نتیجه معادلات ضمنی در شرایط اولیه "در حالت استراحت" هستند. معادله (۱.۱۰.۲)، معروف به انتگرال Duhamel، شکل خاصی از انتگرال کانولوشن است که در کتابهای درسی معادلات دیفرانسیل یافت می شود.

مثال ۱.۹

با استفاده از انتگرال Duhamel، پاسخ سیستم SDF را تعیین میکنیم، که در ابتدا در حالت استراحت فرض شده، و دارای یک نیروی گام، $p(t) = p_o$ ، $t \geq 0$ باشد. برای این نیروی اعمال شده، معادله (۱.۱۰.۲) به صورت زیر در می آید:

$$u(t) = \frac{P_o}{m\omega_n} \int_0^t \sin[\omega_n(t - \tau)] d\tau = \frac{P_o}{m\omega_n} \left[\frac{\cos \omega_n(t - \tau)}{\omega_n} \right]_{\tau=0}^{\tau=t} = \frac{P_o}{k} (1 - \cos \omega_n t)$$

این نتیجه مشابه نتیجه ای است که در بخش ۱.۱۰.۱ با حل کلاسیک معادله دیفرانسیل بدست آمده است. انتگرال Duhamel اگر نیروی اعمال شده $p(t)$ به صورت تحلیلی توسط یک تابع ساده که امکان ارزیابی تحلیلی انتگرال را فراهم میکند، یک روش جایگزین برای راه حل کلاسیک ارائه میدهد. برای تحریکات پیچیده که فقط با مقادیر عددی $p(t)$ در لحظه های گسسته تعریف می شوند، انتگرال Duhamel را می توان با روش های عددی ارزیابی کرد. چنین روشهایی در این کتاب گنجانده نشده است، زیرا روشهای عددی کارآمدتری برای تعیین پاسخ دینامیک در دسترس هستند؛ برخی از این موارد در فصل ۵ ارائه شده است.

1.10.3 روش فرکانس-دامنه

تبدیلات لاپلاس و فوریه ابزارهای قدرتمندی را برای حل معادلات دیفرانسیل خطی، به ویژه معادله حرکت برای یک سیستم SDF خطی فراهم می کند. از آنجا که این دو روش تبدیل از نظر مفهوم مشابه هستند، در اینجا ما فقط به استفاده از تبدیل فوریه اشاره می کنیم، که منجر به روش دامنه - فرکانس تجزیه و تحلیل دینامیک می شود.

تبدیل فوریه $P(\omega)$ تابع تحریک $p(t)$ توسط معادله زیر تعریف شده است

$$P(\omega) = \mathcal{F}[p(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.10.3)$$

سپس تبدیل فوریه $U(\omega)$ را به حل $u(t)$ معادله دیفرانسیل توسط معادله زیر بدست می آید

$$U(\omega) = H(\omega)P(\omega) \quad (1.10.4)$$

که در آن تابع پیچیده پاسخ-فرکانس $H(\omega)$ پاسخ سیستم به تحریک هارمونیک را توصیف می کند. سرانجام، راه حل مورد نظر $u(t)$ با تبدیل فوریه معکوس $U(\omega)$ می آید:

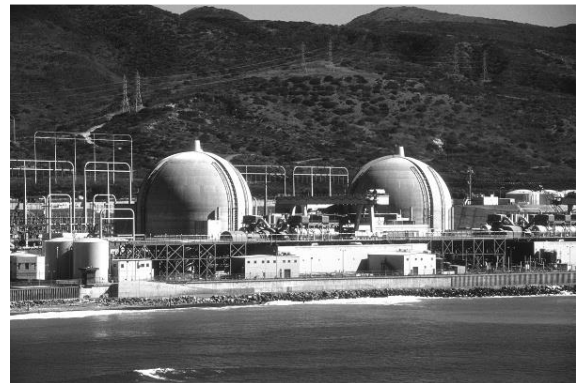
$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)P(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (1.10.5)$$

برای ارزیابی انتگرال Eq می توان از انتگرال گیری مستقیم استفاده کرد. (۱.۱۰.۳) اما انتگرال گیری کانتور در صفحه پیچیده برای معادله (۱.۱۰.۵) ضروری است. نتایج فرم بسته را تنها در صورتی می توان بدست آورد که $p(t)$ یک تابع ساده باشد و استفاده از روش تبدیل فوریه به چنین $p(t)$ محدود بود تا زمانی که رایانه های پرسرعت در دسترس قرار گرفتند.

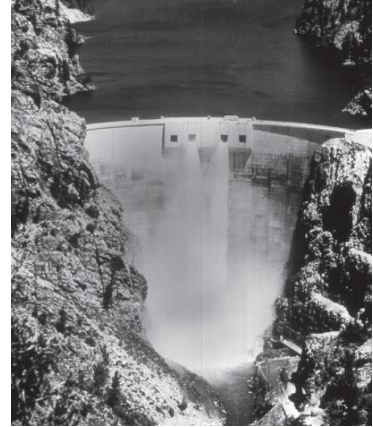
روش تبدیل فوریه اکنون برای تجزیه و تحلیل دینامیکی سیستم های خطی تا تحریکات پیچیده $p(t)$ یا $u(t)$ که به صورت عددی توصیف می شوند، عملی است.

در چنین شرایطی ، انتگرال هر دو معادله ی (۱.۱۰.۳) و (۱.۱۰.۵) با استفاده از روش تبدیل فوريه گسسته با استفاده از الگوریتم تبدیل سریع فوريه که در سال ۱۹۶۵ ایجاد شده است ، به صورت عددی ارزیابی می شوند. این مفاهیم در پیوست A گسترش یافته اند.

روش دامنه- فرکانس تجزیه و تحلیل پویا با معادلات (۱.۱۰.۳) و (۱.۱۰.۵) نشان پردازی شده است. اولین معادله دامنه های $P(\omega)$ تمام اجزای هارمونیک تشکیل دهنده تحریک $p(t)$ را به ما میدهد. معادله دوم را می توان به صورت ارزیابی پاسخ هارمونیک سیستم به هر مولفه تحریک و سپس برهم زدن پاسخ های هارمونیک برای بدست آوردن پاسخ $u(t)$ تفسیر کرد. روش دامنه - فرکانس ، که جایگزینی برای روش دامنه- زمان است که با انتگرال Duhamel نمادسازی می شود ، به ویژه برای تجزیه و تحلیل دینامیکی سازه های که با محیط لایتناهی تعامل دارند بسیار مفید و قدرتمند است. مثال ها عبارتند از (۱) تجزیه و تحلیل پاسخ زلزله ی یک سازه که در آن تاثیر واکنش بین سازه و خاک زیرین نامحدود قابل توجه است (شکل ۱.۱۰.۱) ، و (۲) تجزیه و تحلیل پاسخ زلزله سدهای بتونی که با آب تعامل دارند و در مخزنی نگهداری می شود که در جهت بالا تا فواصل دور گسترده می شود (شکل ۱.۱۰.۲). از آنجا که تجزیه و تحلیل زلزله از چنین سیستم های پیچیده ی سازه- خاک و سازه -سیال فراتر از محدوده این کتاب است ، ارائه جامعی از روش دامنه- فرکانس تجزیه و تحلیل پویا را شامل نمی شود. با این حال ، مقدمه ای برای این روش در پیوست A ارائه شده است که پس از فصل ۲۳ ارائه می شود.



شکل ۱.۱۰.۱ این دو ساختار مهار کننده ی گنبدی شکل از بتون آرمه ، راکتورهای هسته ای نیروگاه San Onofre در کالیفرنیا را در خود جای داده است. برای اهداف طراحی ، دوره ارتعاش طبیعی اساسی آنها با فرض ثابت بودن پایه ۰.۱۵ ثانیه و با توجه به انعطاف پذیری خاک ۰.۵۰ ثانیه محاسبه شد. این اختلاف زیاد در دوره نشان دهنده تأثیر مهم واکنش متقابل سازه- خاک برای این سازه ها است. (Ted Foxx / Alamy Stock)
(Photo)



شکل ۱.۱۰.۲ سد مورو پوینت ، یک سد قوسی به ارتفاع ۱۴۲ متر ، روی رودخانه گانیسون ، کلرادو. که توسط آزمایشات ارتعاشات اجباری ، دوره ارتعاش طبیعی اساسی سد در ارتعاش پاد متقارن با مخزن تا حدی پر ۰.۲۶۸ ثانیه و با یک مخزن کاملاً پر ۰.۳۰۳ ثانیه تعیین شده است. (با تشکر از اداره احیای ایالات متحده).

1.10.4 روش های عددی

سه روش تجزیه و تحلیل دینامیکی قبلی محدود به سیستم های خطی است و اگر لرزش زمین شدید باشد ، نمی توانند رفتار غیر الاستیک سازه های که در هنگام زلزله پیش بینی شده را در نظر بگیرند. تنها روش عملی برای چنین سیستمهایی شامل روشهای گام زمانی عددی است که در فصل ۵ ارائه شده است. این روشها برای ارزیابی پاسخ سیستمهای خطی به تحریک - نیروی اعمال شده $p(t)$ یا حرکت زمین $u_g(t)$ نیز مفید هستند که تعریف تحلیلی آنها بسیار پیچیده است و فقط به صورت عددی توصیف می شود.

1.11 مطالعه سیستم های SDF : سازمان

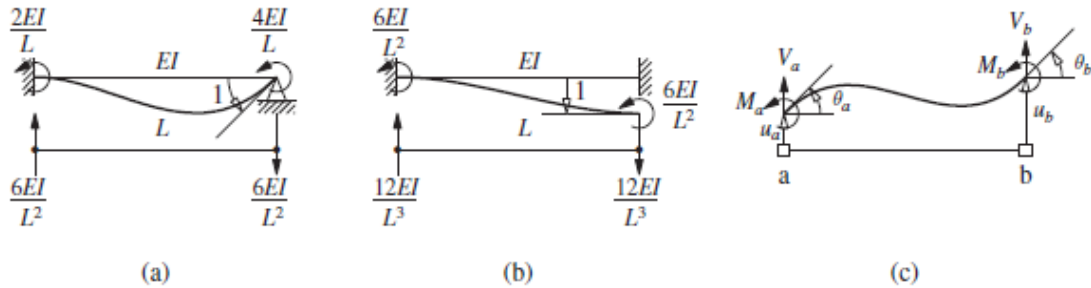
ما پاسخ دینامیکی سیستم های SDF ارتجاعی خطی را در ارتعاش آزاد (فصل ۲) ، به تحریکات هارمونیک و تناوبی (فصل ۳) ، به تحریکات گام و پالس (فصل ۴) و به حرکت زمین زلزله (فصل ۶) مطالعه خواهیم کرد. از آنجا که اکثر سازه ها با این انتظار طراحی شده اند که در حین زلزله های بزرگ و نادر از حد الاستیک خطی تغییر شکل میدهند ، پاسخ غیرالاستیک سیستم های SDF در فصل ۷ مورد مطالعه قرار گرفته است. تغییر زمان پاسخ $r(t)$ به این تحریکات مختلف جالب توجه خواهد بود. برای اهداف طراحی سازه ، حداکثر مقدار (با گذشت زمان) پاسخ r شامل اطلاعات مهم است ، زیرا مربوط به حداکثر نیروها و تغییر شکل هایی است که یک ساختار باید بتواند در آن مقاومت کند. ما به ویژه به حداکثر مقدار پاسخ ، یا برای اختصار ، اوج پاسخ ، که به عنوان حداکثر مقدار مطلق پاسخ تعریف می شود ، خواهیم پرداخت:

$$r_o \equiv \max_t |r(t)| \quad (1.11.1)$$

با این تعریف ، پیک پاسخ مثبت است. علامت جبری از بین میرود زیرا معمولاً برای طراحی بی ربط است. توجه داشته باشید که زیرنویس 0 چسبیده به مقدار پاسخ ، نشان دهنده اوج مقدار آن است.

ضمیمه ۱: ضرایب سختی برای یک عنصر انعطاف پذیر

از معادلات انحراف شیب، می توان ضرایب سختی را برای یک عنصر قاب الاستیک، منشوری (یکنواخت) خطی نوشت. اینها در شکل A1.1 برای عنصری با طول L ، ممان دوم منطقه ای I و مدول الاستیک E ارائه شده اند. ضرایب سختی برای چرخش مفصل در قسمت (a) و برای انتقال مفصل در قسمت (b) شکل نشان داده شده اند.



شکل A1.1

اکنون عنصری را که در شکل A1.1c نشان داده شده با دو گره مشخص شده به نام a و b در نظر بگیرید که فرض می شود از لحاظ محوری غیرقابل انعطاف است. چهار درجه آزادی آن انتقال های گره ای u_a و u_b و چرخش گره θ_a و θ_b است. گشتاور های خمشی در دو گره مربوط به چهار DOF به شرح زیر است:

$$M_a = \frac{4EI}{L}\theta_a + \frac{2EI}{L}\theta_b + \frac{6EI}{L^2}u_a - \frac{6EI}{L^2}u_b \quad (A1.1)$$

$$M_b = \frac{2EI}{L}\theta_a + \frac{4EI}{L}\theta_b + \frac{6EI}{L^2}u_a - \frac{6EI}{L^2}u_b \quad (A1.2)$$

نیروهای برشی در دو گره مربوط به چهار DOF به شرح زیر است:

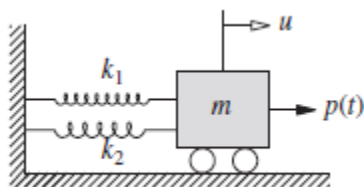
$$V_a = \frac{12EI}{L^3}u_a - \frac{12EI}{L^3}u_b + \frac{6EI}{L^2}\theta_a + \frac{6EI}{L^2}\theta_b \quad (A1.3)$$

$$V_b = -\frac{12EI}{L^3}u_a + \frac{12EI}{L^3}u_b - \frac{6EI}{L^2}\theta_a - \frac{6EI}{L^2}\theta_b \quad (A1.4)$$

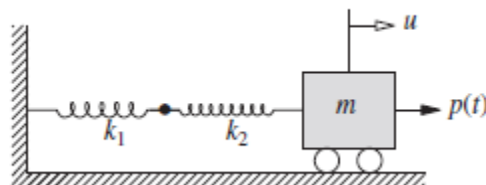
در هر بازه از زمان، نیروهای گره ای M_a ، M_b ، V_a و V_b از u_a ، u_b ، θ_a و θ_b محاسبه می شوند. گشتاور خمشی و برش در هر مکان دیگری در امتداد عنصر توسط استاتیکیهای اعمال شده بر روی عنصر شکل A1.1c تعیین می شود.

تمرینات

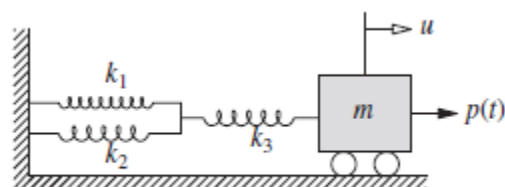
۱-۱. با تعریف سختی، سختی موثر فنر مرکب ۱.۳ را تعیین کنید و معادله حرکت سیستم های جرم-فنر نشان داده شده در شکل های P1.1 تا P1.3 را بنویسید.



شکل P1.2

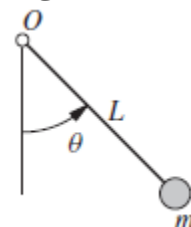


شکل P1.1



شکل P1.3

۱.۴ معادله حاکم بر حرکت آزاد یک آونگ ساده را که شامل یک میله بدون جرم صلب و ثابت در نقطه O که جرم m در نوک آن متصل شده است، استخراج کنید (شکل P1.4). معادله را برای نوسانات کوچک خطی کرده و فرکانس طبیعی نوسان را تعیین کنید.



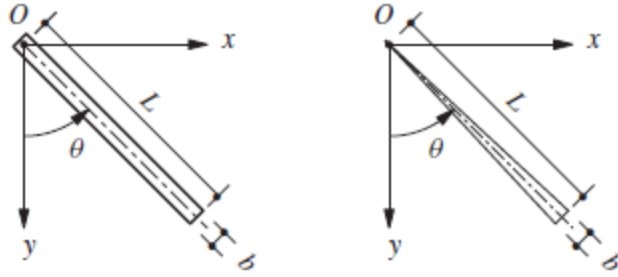
شکل P1.4

۱.۵ حرکت آزاد را در صفحه xy برای یک آونگ مرکب در نظر بگیرید که شامل یک میله صلب است که از یک نقطه معلّق است (شکل P1.5). طول میله L است و جرم m آن بصورت یکنواخت توزیع شده است. عرض میله ی یکنواخت b و ضخامت آن t است. جابجایی زاویه ای خط مرکزی آونگ که از محور y اندازه گیری می شود با $\theta(t)$ نشان داده می شود.

(الف) معادله حاکم $\theta(t)$ را استخراج کنید.

(ب) معادله را برای θ کوچک خطی کنید.

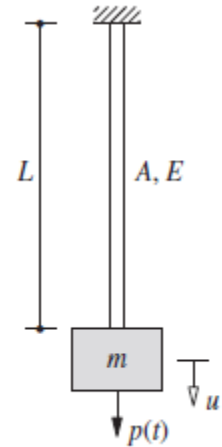
(ج) فرکانس طبیعی نوسانات کوچک را تعیین کنید.



شکل P1.5 شکل P1.6

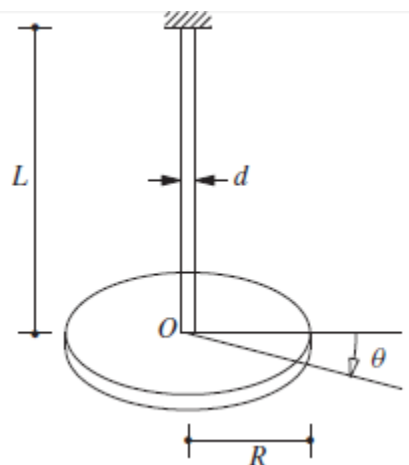
1.6. مسئله ۱.۵ را برای سیستم نشان داده شده در شکل P1.6 تکرار کنید، که فقط از یک جهت متفاوت است: عرض آن از صفر در O تا b در انتهای آزاد تغییر میکند.

۱.۷ معادله حاکم بر حرکت طولی سیستم شکل P1.7 را تعمیم دهید. میله از یک ماده الاستیک با مدول الاستیک E ساخته شده است. سطح مقطع آن A و طول آن L است. جرم میله را نادیده بگیرید و u را از موقعیت تعادل ساکن اندازه گیری کنید.



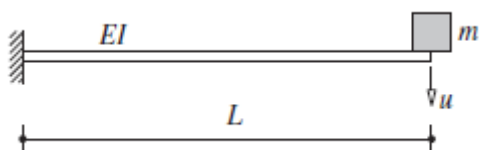
شکل P1.7

۱.۸ یک دیسک صلب به جرم m در انتهای شافت انعطاف پذیر نصب شده است (شکل P1.8). با چشم پوشی از وزن شافت و نادیده گرفتن میرایی، معادله لرزش پیچشی آزاد دیسک را بدست آورید. مدول برشی (استحکام) شافت G است.

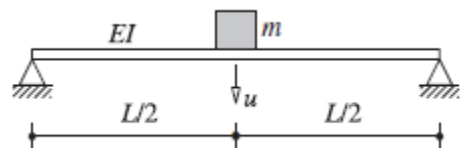


شکل P1.8

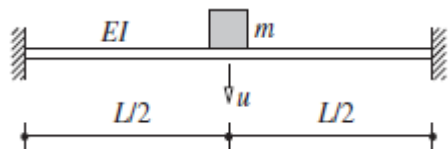
1.9- معادله حاکم بر ارتعاش آزاد سیستم های نشان داده شده در شکل های P1.9 تا P1.11 را بنویسید.
 ۱.۱۱ با فرض اینکه تیر بدون جرم باشد، هر سیستم دارای یک DOF منفرد است که به صورت انحراف عمودی تحت تاثیر جرم m تعریف شده است. استحکام خمشی تیر EI و طول آن L است.



شکل P1.10

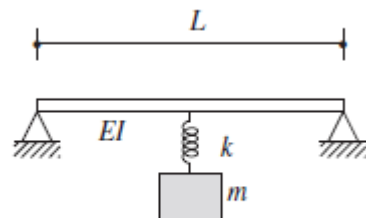


شکل P1.9



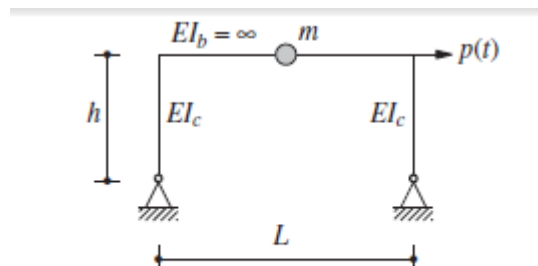
شکل P1.11

۱.۱۲ فرکانس طبیعی جرم m آویزان از یک فنر را در نقطه میانی یک تیر که به سادگی پشتیبانی میشود تعیین کنید (شکل P1.12). طول تیر L و استحکام خمشی آن EI است. سختی فنر k است. تیر را بدون جرم فرض کنید.



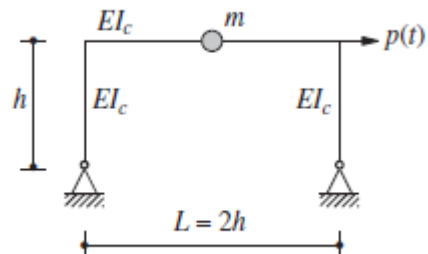
شکل P1.12

۱.۱۳ معادله حرکت برای قاب نشان داده شده در شکل P1.13 را بنویسید. استحکام خمشی تیر و ستونها همانطور که گفته شد می باشد. جرم جسمی که به تیر بسته شده m است. در غیر این صورت ، فریم را بدون جرم فرض کنید و از میرایی آن چشم پوشی کنید. با مقایسه نتیجه آن با معادله (۱.۳.۲) ، در مورد اثر ثابت بودن پایه اظهار نظر کنید.



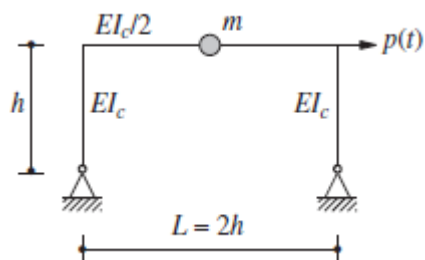
شکل P1.13

۱.۱۴ معادله حرکت را برای قاب یک طبقه ، یک دهانه نشان داده شده در شکل P1.14 بنویسید. استحکام خمشی تیر و ستونها همان گونه که گفته شد، می باشد. جرمی که به تیر متصل می باشد m است. در غیر این صورت ، فریم را بدون جرم فرض کنید و از میرایی آن چشم پوشی کنید. با مقایسه این معادله حرکت با معادله مثال ۱.۱ ، در مورد اثر ثابت بودن پایه توضیح دهید.

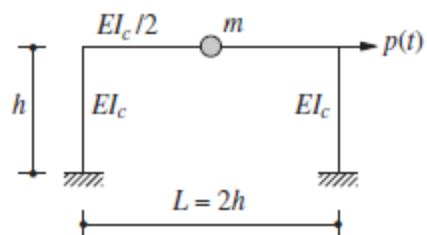


شکل P1.14

1.15- معادله حرکت یک طبقه یک دهانه را که در شکل های P1.15 و P1.16 نشان داده شده است بنویسید. ۱.۱۶- استحکام خمشی تیر و ستونها همانطور که گفته شده است می باشد. جرمی که به تیر متصل می شود m است. در غیر این صورت ، فریم را بدون جرم فرض کنید و از میرایی آن چشم پوشی کنید. نتیجه مسئله ۱.۱۵ را با معادله (۱.۳.۵) مقایسه کنید. با مقایسه دو معادله حرکت در مورد اثر ثابت بودن پایه اظهار نظر کنید.

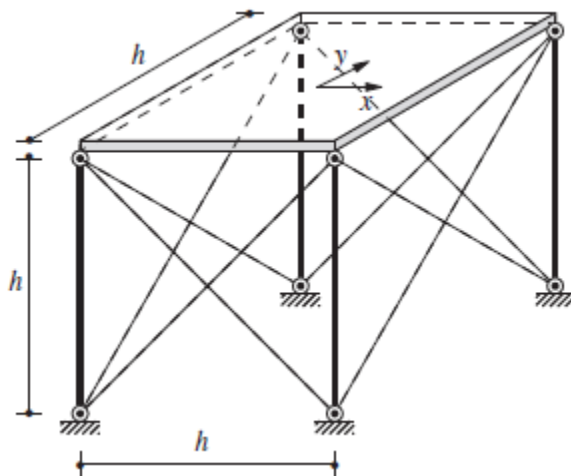


شکل P1.16



شکل P1.15

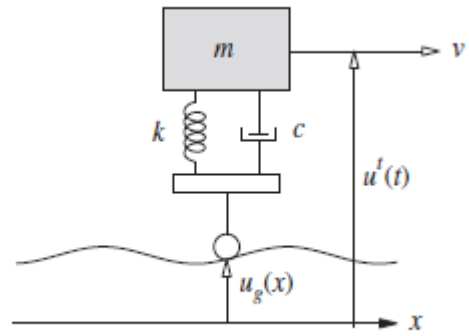
۱.۱۷ یک سکوی صلب و سنگین با جرم m توسط چهار ستون پشتیبانی می شود ، که در بالا و پایین لولا شده است و در هر صفحه جانبی توسط دو سیم فولادی مورب به صورت جانبی مهار می شود ، همانطور که در شکل P1.17 نشان داده شده است. هر سیم مورب به یک تنش زیاد تبدیل می شود. سطح مقطع آن A و مدول الاستیک آن E است. با صرف نظر کردن از جرم ستونها و سیمها معادله حرکت حاکم بر ارتعاش آزاد را الف). در جهت محور X ب). در جهت محور Y بدست رید. (راهنمایی: برخلاف مثال ۱.۲ ، که در آن مهاربندها در حالت فشرده سازی سختی ایجاد نمی کنند ، همه سیمها به سختی ساختار کمک می کنند).



شکل P1.17

1.18. معادله حرکت حاکم بر ارتعاش پیچشی سیستم شکل P1.17 حول محور عمودی را که از مرکز سکو عبور می کند ، را بدست آورید.

۱.۱۹ یک اتومبیل به طور ابتدایی به صورت یک جرم m متراکم متصل شده به یک سیستم میراگر- فنر ایده آل سازی میشود ، همانطور که در شکل P1.19 نشان داده شده است. ماشین با سرعت ثابت v در جاده حرکت می کند که ناهمواری آن به صورت تابعی از موقعیت در امتداد جاده است. معادله حرکت را بدست آورید.



شکل P1.19

فصل ۲: ارتعاش آزاد

بررسی کلی

گفته می شود که سازه تحت ارتعاش آزاد قرار میگیرد زمانی که موقعیت تعادل استاتیک آن بهم میخورد و پس از آن بدون هیچ تحریک دینامیکی خارجی اجازه لرزش پیدا میکند. در این فصل ما ارتعاش آزاد را که منجر به مفهوم فرکانس ارتعاش طبیعی و نسبت میرایی برای یک سیستم SDF می شود، را بررسی می کنیم. خواهیم دید که سرعت تحلیل رفتن حرکت در ارتعاش آزاد توسط نسبت میرایی کنترل می شود. بنابراین نتایج تحلیلی توصیف ارتعاش آزاد، مبنایی برای تعیین فرکانس طبیعی و نسبت میرایی یک ساختار از داده های تجربی از نوع نشان داده شده در شکل ۱.۱.۴ است.

اگرچه میرایی در سازه های واقعی به دلیل چندین مکانیسم اتلاف انرژی است که به طور همزمان عمل می کنند، اما یک رویکرد مناسب از نظر ریاضی ایده آل سازی آنها با میرایی ویسکوز معادل است. در نتیجه، این فصل در درجه اول به سیستم های میراگر ویسکوز می پردازد. با این حال، در انتهای فصل ارتعاش آزاد سیستم ها در حضور نیروهای اصطکاک کولن تجزیه و تحلیل می شود.

2.1. ارتعاش آزاد با میرایی ضعیف

حرکت سیستم های SDF خطی، که بصورت یک قاب ایده آل یک طبقه یا یک سیستم میراگر-جرم-فنر مجسم میشود، که تحت نیروی $p(t)$ خارجی قرار می گیرد توسط معادله (۱.۵.۲) تعیین می شود. تنظیم $p(t) = 0$ معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد سیستم را بدست می دهد، که برای سیستم های بدون میرایی ($c = 0$) که به صورت

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (2.1.1)$$

اختصاصی میشود.

ارتعاش آزاد با ایجاد اختلال در حالت تعادل ساکن سیستم (یا تغییر شکل داده نشده، $u = 0$) با جابجایی جرم $u(0)$ و سرعت $\dot{u}(0)$ در زمان صفر، به عنوان لحظه شروع حرکت تعریف می شود:

$$u = u(0) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (2.1.2)$$

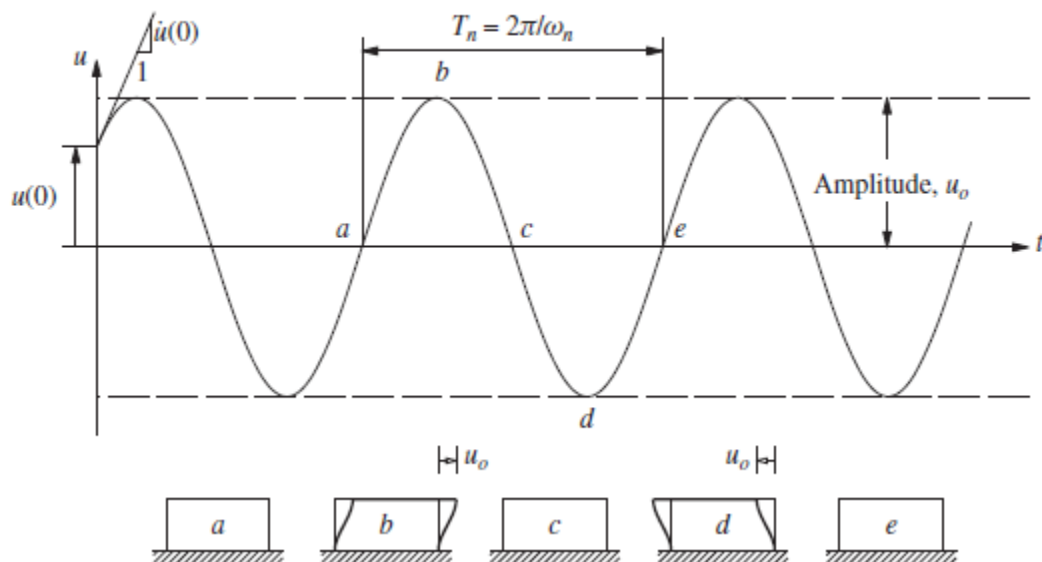
با توجه به این شرایط اولیه، راه حل معادله دیفرانسیل همگن با روش های استاندارد بدست می آید (به استنتاج ۲.۱ مراجعه کنید):

$$u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (2.1.3)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1.4)$$

معادله (۲.۱.۳) در شکل ۲.۱.۱ رسم شده است. آن نشان می دهد که سیستم حول موقعیت تعادل ساکن خود تحت حرکت ارتعاشی (یا نوسانی) قرار دارد. و اینکه این حرکت پس از هر $2\pi / \omega_n$ ثانیه تکرار می شود. به ویژه ، وضعیت (جابجایی و سرعت) جرم در دو لحظه زمانی t_1 و $t_1 + 2\pi / \omega_n$ یکسان است و $u(t_1) = u(t_1 + 2\pi / \omega_n)$ و $\dot{u}(t_1) = \dot{u}(t_1 + 2\pi / \omega_n)$. این معادله ها با شروع از معادله (۲.۱.۳) به راحتی قابل اثبات هستند. حرکت توصیف شده توسط معادله (۲.۱.۳) که در شکل ۲.۱.۱ نشان داده شده است به عنوان حرکت ساده هارمونیک شناخته می شود.

قسمت $a - b - c - d - e$ منحنی زمان - جابجایی ، یک چرخه ی ارتعاش آزاد سیستم را توصیف می کند. از موقعیت تعادل ساکن (یا تغییر شکل داده نشده) در a ، جرم به سمت راست حرکت می کند و به حداکثر جابجایی مثبت خود در u می رسد ، در این زمان سرعت صفر است و جابجایی شروع به کاهش می کند و جرم دوباره به حالت تعادل خود c برمی گردد ، در آن زمان سرعت حداکثر است و از این رو جرم همچنان به سمت چپ حرکت می کند ، و به حداقل جابجایی خود در u_0 در d می رسد ، در آن زمان سرعت دوباره صفر است و جابجایی دوباره شروع به کاهش می کند و جرم به حالت تعادل خود در موقعیت e برمی گردد. در زمان $2\pi / \omega_n$ ، شروع به کاهش می کند و جرم به حالت (جابجایی و سرعت) جرم برابر آن در زمان a است ، و جرم آماده شروع یک چرخه دیگر ارتعاش است.



شکل ۲.۱.۱ ارتعاش آزاد سیستم بدون میرایی.

زمان لازم برای تکمیل یک چرخه ارتعاش آزاد برای سیستم بدون میرایی ، دوره طبیعی ارتعاش سیستم در واحد ثانیه است که ما آن را به عنوان T_n نشان می دهیم. این مربوط به فرکانس دایره ای طبیعی ارتعاش ، ω_n ، در واحد رادیان در هر ثانیه است:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (2.1.5)$$

یک سیستم چرخه های $T_n / 1$ را در ۱ ثانیه اجرا می کند. این فرکانس چرخه ای طبیعی ارتعاش با رابطه زیر نشان داده می شود

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (2.1.6)$$

واحدهای f_n ، هرتز (هرتز) [تعداد چرخه در ثانیه (cps)] هستند. f_n به وضوح به ω_n از طریق رابطه زیر مربوط می شود

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (2.1.7)$$

اصطلاح فرکانس طبیعی لرزش هم به ω_n و هم به f_n مربوط می شود. خصوصیات ارتعاش طبیعی ω_n ، T_n و f_n فقط به جرم و سختی سازه بستگی دارد. به معادلات (۲.۱.۴) تا (۲.۱.۶) مراجعه کنید. در بین دو سیستم SDF با جرم یکسان سیستم سفت تر دارای فرکانس طبیعی بالاتر و دوره طبیعی کوتاه تر خواهد بود. به همین ترتیب ، سازه سنگین تر (جرم بیشتر) بین دو سازه که دارای سختی یکسان هستند ، فرکانس طبیعی پایین تر و دوره طبیعی طولانی تر دارد. از مقادیر طبیعی در تعریف T_n ، ω_n و f_n استفاده می شود تا بر این واقعیت تأکید شود که اینها در صورتی که سیستم اجازه ارتعاش آزادانه و بدون تحریک خارجی را داشته باشد خصوصیات طبیعی سیستم هستند. از آنجا که سیستم خطی است ، این خصوصیات ارتعاش مستقل از جابجایی و سرعت اولیه هستند. همانطور که در شکل های 1.10.1، 1.10.2 و 2.1.2a-f نشان داده شده است ، فرکانس و دوره طبیعی انواع مختلف سازه های مورد نظر ما در محدوده گسترده ای تغییر میکنند.

فرکانس دایره ای طبیعی ω_n ، فرکانس چرخه ای طبیعی f_n و دوره طبیعی T_n که توسط معادله های (۲.۱.۴) تا (۲.۱.۶) تعریف شده است. را می توان به با جایگزینی از روابط زیر بیان کرد

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad T_n = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}} \quad (2.1.8)$$

که $\delta_{st} = mg/k$ و در آن g شتاب گرانش است. این انحراف استاتیک جرم m آویزان از فنر با سختی k است. می توان آن را به صورت سیستم شکل ۱.۶.۱ که متمایل به جهت عمودی است تجسم کرد. در قاب یک طبقه ی شکل ۱.۲.۱ ، δ_{st} جابجایی جانبی جرم به دلیل نیروی جانبی mg است.

سیستم بدون ارتعاش بین حداکثر جابجایی u_0 و حداقل جابجایی $-u_0$ به عقب و جلو می رود. مقدار u_0 این دو مقدار جابجایی یکسان است. آن دامنه حرکت نامیده می شود و توسط معادله زیر بدست می آید

$$u_o = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \right]^2} \quad (2.1.9)$$

دامنه u_o به جابجایی و سرعت اولیه بستگی دارد. چرخه پس از طی کردن آن یکسان باقی می ماند. یعنی حرکت تحلیل نمی رود. ما در بخش ۱.۱ به این رفتار غیرواقعی سیستم اشاره کرده بودیم اگر مکانیزم میرایی برای نشان دادن اتلاف انرژی در آن دخیل نباشد.



شکل a ۲.۱.۲ ساختمان Alcoa ، سانفرانسیسکو ، کالیفرنیا. دوره های اصلی ارتعاش طبیعی این ساختمان فولادی ۲۶ طبقه برای ارتعاش شمال به جنوب (طولی) ۱.۶۷ ثانیه ، برای ارتعاش شرق به غرب (عرضی) ۲.۲۱ ثانیه و برای ارتعاش پیچشی حول یک محور عمودی ۱.۱۲ ثانیه است. این خصوصیات ارتعاش با آزمایشات ارتعاش اجباری تعیین شد. (از مجموعه W. H. Godden ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)



شکل b ۲.۱.۲ ساختمان Transamerica ، سانفرانسیسکو ، کالیفرنیا. دوره های اصلی ارتعاش طبیعی این ساختمان فولادی ۴۹ طبقه ، به صورت مخروطی ، ۲.۹۰ ثانیه برای ارتعاش شمال به جنوب و ارتعاش شرق به

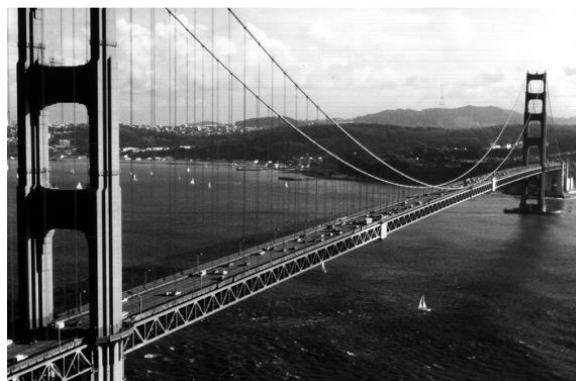
غرب است. این خصوصیات ارتعاش با آزمایشات ارتعاش اجباری تعیین شد. (از مجموعه W. H. Godden ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)



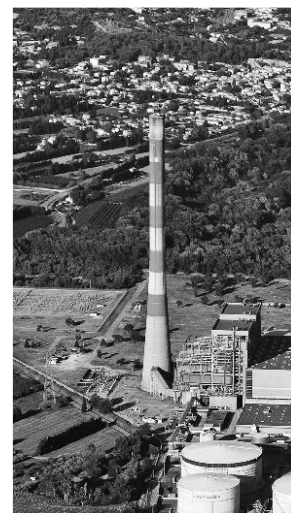
شکل C ۲.۱.۲ ساختمان مرکز پزشکی ، ریچموند ، کالیفرنیا. دوره های اصلی ارتعاش طبیعی این ساختمان سه طبقه با اسکلت فلزی برای ارتعاش در جهت طول ۰.۶۳ ثانیه ، در جهت عرض ۰.۷۴ ثانیه و برای ارتعاش پیچشی حول یک محور عمودی ۰.۴۶ ثانیه است. این خصوصیات ارتعاشی از حرکات ساختمان، ثبت شده در هنگام زلزله ۱۹۸۹ لوما پریتا تعیین شد. (از مجموعه W.W. Godden ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)



شکل d ۲.۱.۲ سد تخت کاج در رودخانه Kings ، نزدیک فرسنو ، کالیفرنیا. دوره اصلی ارتعاش طبیعی این سد وزنی بتونی با ارتفاع ۱۲۲ متر با آزمایشات ارتعاش اجباری به ترتیب ۰/۲۸۸ ثانیه و ۰/۳۰۶ ثانیه به ترتیب برای عمق مخزن در ۹۴.۵ متر و ۱۰۵ متر اندازه گیری شد.



شکل e ۲.۱.۲ پل گلدن گیت ، سانفرانسیسکو ، کالیفرنیا. دوره های اصلی ارتعاش طبیعی این پل معلق با دهانه اصلی ۱۲۸۰ متر برای ارتعاش عرضی ۱۸.۲ ثانیه ، برای ارتعاش عمودی ۱۰.۹ ثانیه ، برای ارتعاش طولی ۳/۸۱ ثانیه و برای ارتعاش پیچشی ۴.۴۳ ثانیه است. این خصوصیات ارتعاش از حرکات ثبت شده پل در شرایط محیط (باد ، ترافیک و غیره) تعیین شد. (از مجموعه W.W. Godden ، با مجوز از PEER – سرویس اطلاعات ملی مهندسی زلزله ، دانشگاه کالیفرنیا ، برکلی.)



شکل f ۲.۱.۲ دودکش بتن آرمه ، واقع در آرامون ، فرانسه. دوره اصلی ارتعاش طبیعی این دودکش به طول ۲۵۰ متر ۳.۵۷ ثانیه است. این از ارتعاش ثبت شده در اثر باد تعیین شد. (عکس Hemis / Alamy Stock Photo) فرکانس طبیعی فریم یک طبقه شکل a ۱.۳.۲ با جرم توده m متصل و ستونهایی که به پایه چسبیده اند برابر است با

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = \frac{24EI_c}{h^3} \frac{12\rho + 1}{12\rho + 4} \quad (2.1.10)$$

جایی که سختی جانبی از معادله (۱.۳.۵) و $\rho = (Eib/L) \div (2EI_c/h)$ بدست می آید. برای وضعیت حدی یک تیر صلب ، $\rho = \infty$ ، و یک تیر بدون سختی ، $\rho = 0$ ، سختی های جانبی توسط معادلات (۱.۳.۲) و (۱.۳.۳) بدست می آیند و فرکانس های طبیعی برابر هستند با

$$(\omega_n)_{\rho=\infty} = \sqrt{\frac{24EI_c}{mh^3}} \quad (\omega_n)_{\rho=0} = \sqrt{\frac{6EI_c}{mh^3}} \quad (2.1.11)$$

فرکانس طبیعی با افزایش نسبت سختی تیر به ستون ، ρ ، از ۰ تا ∞ افزایش می یابد. تغییر آن با ρ در شکل ۲.۱.۳ نشان داده شده است.